

## **MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA OTIMIZAÇÃO ECONÔMICA DO PROJETO DE IRRIGAÇÃO BAIXO ACARAÚ - CE**

*Márcio Aurélio Lins dos Santos*

Engº Agrônomo, D. Sc. Prof. das Ciências Agrárias – Campus Arapiraca/UFAL. Arapiraca – AL.  
E-mail: mal.santo@pq.cnpq.br

*Raimundo Nonato Távora Costa*

Departamento de Engenharia Agrícola – UFC.  
E-mail: rntcosta@fortalnet.com.br

*José Antonio Frizzone*

Departamento de Engenharia Rural – ESALQ/USP.  
E-mail: frizzone@esalq.usp.br

*Cícero Gomes dos Santos*

Engº Agrônomo, M. Sc. Prof. Ciências Agrárias – Campus Arapiraca/UFAL. Arapiraca – AL.  
Email: cgomes\_al@hotmail.com

*Valdevan Rosendo dos Santos*

Secretaria de Estado da Agricultura e do Desenvolvimento Agrário – SEAGRI/AL.  
E-mail: valdevan@yahoo.com.br

**RESUMO:** O presente trabalho teve como objetivo utilizar um modelo de programação linear para otimizar o uso da água no Projeto de Irrigação Baixo Acaraú-CE propondo alternativas as culturas e áreas estabelecidas de 8,0 ha. O modelo visou a maximização da renda líquida do pequeno produtor, incorporando as restrições de disponibilidade de água, terra e mercado. Tomando-se por base a renda líquida das culturas consideradas e as restrições água, obtiveram-se as seguintes conclusões: 1. A disponibilidade de água estimada para o Projeto, não se mostrou limitante quanto ao uso total do recurso terra em seis dos sete planos de cultivo analisados. Ainda, considerando as condições de restrição de água, tal fator só se mostrou limitante quanto ao uso do recurso terra, ao restringir-se a disponibilidade de água em 60%; 2. A combinação de cultivo constituída por gravioleira e meloeiro foi a que apresentou maior nível de renda líquida, correspondendo a R\$5.250,00/ha/ano, cuja área de plantio para cada cultivo, corresponde a 50% da área do lote; 3. O plano que sugere a substituição do cultivo da gravioleira, apresenta um decréscimo anual da renda líquida de 5,87%. Já o plano que substitui os cultivos da gravioleira e do meloeiro, apresenta uma redução de 33,8%.

**Palavras chave:** Programação linear, padrão de cultivo, irrigação.

## **MODEL OF LINEAL PROGRAMMING FOR ECONOMICAL OPTIMIZATION OF THE DISTRICT OF IRRIGATION BAIXO ACARAÚ - CE**

**ABSTRACT:** The present work had as objective uses a model of lineal programming algorithm to optimize the use of the water in the District of Irrigation Baixo Acaraú-CE proposing the “best” combination of crop types and areas established of 8,0 ha. The model aim maximize the net benefit of small farmer, incorporating the constraints in water and land availability, and constraints on the market. Considering crop types and the constraints, the study lead to the following conclusions: 1. The water availability in the District was not a limiting resources, while all available land was assigned in six of the seven cultivation plans analyzed. Furthermore, water availability was a restrictive factor as compared with land only when its availability was made to reduce to 60% of its actual value; 2. The combination of soursop and melon plants was the one that presented the largest net benefit, corresponding to R\$ 5,250.00/ha/yr. The planting area for each crop made up to 50% of the area of the plot; 3. The plan that suggests the substitution of the cultivation of the soursop, since a decrease in annual net revenue of 5.87%. However, the plan that contemplates the simultaneous substitution of both soursop and melon produced the lowest liquid revenue, with reduction of 33.8%.

**Key words:** Linear programming, cropping pattern, irrigation.

## INTRODUÇÃO

Nas bacias hidrográficas do semi-árido do Nordeste brasileiro, onde o recurso hídrico é escasso, a otimização do uso da água é um desafio para os gerenciadores, pois o planejamento da irrigação requer cuidados especiais, a fim de compatibilizar o balanço hídrico com a demanda, tanto no que se refere à quantidade como a sua repartição espacial e temporal. O uso dessa água deverá focar sua alocação entre as necessidades de consumo de diversas culturas, sendo a produção determinada pelo grau com que se pode atender às necessidades hídricas totais, mediante o suprimento de água disponível (Frizzzone, 1996).

Os modelos matemáticos são ferramentas úteis por apresentar ótimas estratégias de irrigação que podem ser usadas pelos agricultores visando melhor utilizar este recurso escasso (Matanga & Marino, 1979). O desenvolvimento de modelos matemáticos para gerenciar projetos de irrigação tem recebido a atenção de muitos pesquisadores. Moore (1961) identificou forma otimizada de distribuição de água em projeto de irrigação visando a obtenção de produtividade econômica. A programação linear é apropriada para problemas complexos de alocação que podem ser resolvidas satisfatoriamente com técnicas analíticas convencionais (Hillier & Lieberman, 1988; Bernardo *et al.*, 1988).

Arce (1990) sugeriu a alocação ótima do uso de água de irrigação em um projeto hidroagrícola no Município de Guairá-SP, utilizando programação linear, objetivando maximizar a receita líquida da propriedade. No estudo foram utilizadas as culturas de inverno tradicionalmente cultivadas na propriedade, irrigadas com três sistemas de irrigação do tipo pivô-central.

O presente trabalho teve como objetivo utilizar um modelo de programação linear para otimização do Projeto de Irrigação Baixo Acaraú-CE, que constituiu em propor alternativas as culturas e áreas para lotes de 8 ha, que proporcionem a maximização da renda líquida do produtor, incorporando as restrições de disponibilidade de terra, água e mercado.

## MATERIAL E MÉTODOS

O Projeto de Irrigação Baixo Acaraú localiza-se na região Norte do Estado do Ceará, à margem direita do Rio Acaraú, à 217 km de Fortaleza, com as seguintes coordenadas geográficas: latitude sul 03°01' a 03°22'; longitude oeste 40°01' a 40°09'. As altitudes de 36 e 56 m compreende a área do projeto.

No estudo de viabilidade foi realizado um estudo detalhado de uma área aproximada de 40.000ha, pela equipe de pedologia da 2ª Diretoria Regional (2ª DR) do Departamento Nacional de Obras Contra as Secas (DNOCS).

O projeto apresentará uma superfície irrigada de 13.008,49ha, divididas em duas etapas: 8.438,61ha na primeira e 4.569,88ha na segunda etapa, no qual se praticará agricultura irrigada com culturas de alto valor econômico através do uso dos sistemas de irrigação localizada, tipos gotejamento e microaspersão.

O projeto utilizará recursos hídricos do Rio Acaraú, cujos principais açudes são: Araras, Edson de Queiroz, Jaibaras e Acaraú Mirim com um volume total de reserva de 1,302 km<sup>3</sup> e uma vazão total de 13,2 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>.

O projeto dispõe da barragem de derivação Santa Rosa sobre o Rio Acaraú, de uma estação de bombeamento principal, de adutoras principais, cerca de 40 km de canais, 126 tomadas situadas ao longo dos canais, cerca de 110 km de canalizações de variados diâmetros, 5 estações de bombeamento secundárias e 7 reservatórios.

A pluviosidade média anual é 937,9mm; a estação chuvosa ocorre geralmente de janeiro a junho, concentrando 80 % nos meses de fevereiro a maio, no entanto, a distribuição é bastante irregular, podendo em qualquer mês do ano ocorrer veranico. A evapotranspiração de referência média anual é de 1600mm. Os valores de temperatura e umidade relativa do ar médios anuais são de 28,1°C e 70%, respectivamente. A velocidade média anual dos ventos é de 2,1 m.s<sup>-1</sup>, com direção predominante leste ou sudeste.

O modelo de programação linear em estudo consistiu de uma função-objetivo, sujeita às restrições no uso dos recursos terra, água e mercado, visando à maximização da renda líquida do pequeno produtor. Conforme Hillier & Lieberman (1988), a otimização da função-objetivo consiste na determinação dos valores associados às variáveis  $x_i$ , que satisfaçam às condições de linearidade.

A formulação geral do modelo proposto é representada pelas seguintes equações:

$$\text{MAX RL} = \sum_{i=1}^n C_i X_i \quad (01)$$

tendo como restrições:

$$\sum_{i=1}^n (W_{ij}/E)X_i \leq VM_j, (i=1, \dots, n; j=1, \dots, 12) \quad (02)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i \leq A \quad (i = 1, \dots, n) \quad (03)$$

$$X_i \geq 0 \quad (\text{não-negatividade}) \quad (04)$$

onde:

- RL - Renda líquida total do lote (R\$);
- I - Número inteiro representando a cultura ( $i = 1, \dots, n$ );
- J - Número inteiro representando o mês do ano ( $j = 1, \dots, 12$ );
- $X_i$  - Área cultivada com a  $i$ -ésima cultura (ha);
- $C_i$  - Renda líquida por unidade de área para  $i$ -ésima cultura (R\$/ha);
- $W_{ij}/E$  - Lâmina bruta mensal de água para irrigar a  $i$ -ésima cultura (mm);
- E - Eficiência de aplicação d'água (forma decimal);
- $VM_j$  - Volume mensal de água disponível (mm.ha);
- A - Disponibilidade máxima de terra.

- $X_9$  - Área cultivada com manga (ha);
- $X_{10}$  - Área cultivada com uva (ha).

Na formulação do modelo proposto não foram considerados os custos fixos para exploração das áreas (aluguéis, juros de financiamentos, prestações de amortização dos lotes, amortização e conservação de benfeitorias do perímetro, etc). Consideraram-se todos os lotes de mesma fertilidade natural, assim como o uso de tecnologia mais competitiva possível, do ponto de vista de utilidade e de economicidade.

Os coeficientes da função-objetivo representam a renda líquida por unidade de área para cada uma das culturas (R\$.ha<sup>-1</sup>). Para obtenção desses coeficientes, foi realizado um fluxo de caixa para um período de quinze anos, com base nos preços dos produtos, nos níveis de produtividade e nos custos de produção ao longo desse período. A função-objetivo a seguir representa o modelo estudado:

$$\text{Max RL} = (6.867,6X_1 + 1.217,2X_2 + 3.927,6X_3 + 293,2X_4 + 2.813,2X_5 + 3.505,9X_6 + 1.023,3X_7 + 3.632,4X_8 + 3.015,3X_9 + 2.642,0X_{10})$$

(05)

onde:

- Max RL - Maximização da renda líquida;
- $X_1$  - Área cultivada com melão (ha);
- $X_2$  - Área cultivada com abacaxi (ha);
- $X_3$  - Área cultivada com banana (ha);
- $X_4$  - Área cultivada com goiaba (ha);
- $X_5$  - Área cultivada com mamão (ha);
- $X_6$  - Área cultivada com maracujá (ha);
- $X_7$  - Área cultivada com coco (ha);
- $X_8$  - Área cultivada com graviola (ha);

No cálculo dos requerimentos mensais de água das culturas perenes considerou-se a necessidade mensal durante o período de franca produção, estabelecendo-se o seguinte procedimento:

- Evapotranspiração de referência ( $ET_o$ ) – através do método de Penman-Monteith.
- Coeficientes das culturas ( $K_c$ ) – para estágio de pleno desenvolvimento das culturas.
- Evapotranspiração máxima ( $ET_m$ ):  $ET_m = ET_o \times K_c$ .
- Precipitação efetiva ( $Pe$ ):  $Pe = (125 - 0,2P_m)P_m/125$ , onde  $P_m$  a precipitação média.
- Necessidade de Irrigação ( $NI$ ) – calculada conforme equação:  $NI = ET_m - Pe$ .
- Requerimento mensal de irrigação ou lâmina bruta ( $L_b$ ):  $L_b = NI/E_a$ ;
- Eficiência global de aplicação de água ( $E_a$ ):  $E_a = k_s \times C_u$ , sendo  $k_s$  o coeficiente de armazenamento de água no solo e  $C_u$  o coeficiente de uniformidade de distribuição.

Os requerimentos mensais de irrigação das culturas são apresentados no Quadro 1.

As restrições de área correspondem à combinação das culturas nos 12 meses do ano e determinam que a ocupação da área deve ser menor ou igual a área disponível. Considerou-se no estudo áreas de 8,0 ha. As equações referentes às restrições de área (R.1) estão enumeradas de (06) a (17).

**Quadro 1.** Requerimentos mensais de água (mm) das culturas estudadas (RMA<sub>i</sub>)

Meses	Melão (X <sub>1</sub> )	Abacaxi (X <sub>2</sub> )	Banana (X <sub>3</sub> )	Goiaba (X <sub>4</sub> )	Mamão (X <sub>5</sub> )	Maracujá (X <sub>6</sub> )	Coco (X <sub>7</sub> )	Graviola (X <sub>8</sub> )	Manga (X <sub>9</sub> )	Uva (X <sub>10</sub> )
Janeiro	-	62,2	52,7	-	72,2	-	28,6	30,7	24,4	68,5
Fevereiro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Março	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Abril	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Mai	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Junho	-	76,8	68,2	13,8	86,3	19,5	46,3	48,2	42,4	82,5
Julho	-	133,9	124,4	63,6	144,6	70,0	99,8	101,9	95,6	140,3
Agosto	190,1	182,4	170,7	97,1	194,3	104,8	141,0	143,6	135,8	190,1
Setembro	342,4	187,9	175,9	100,1	201,3	108,1	145,3	148,0	140,0	195,9
Outubro	221,0	198,5	186,1	106,5	212,6	114,8	153,9	156,7	148,4	207,0
Novembro	-	182,4	170,6	95,4	195,6	103,3	140,3	142,9	134,9	190,3
Dezembro	-	140,3	129,1	58,6	152,7	66,0	100,7	103,1	95,7	147,7
<b>Total</b>	<b>760,1</b>	<b>1164,4</b>	<b>1077,7</b>	<b>535,1</b>	<b>1259,6</b>	<b>586,5</b>	<b>855,9</b>	<b>875,1</b>	<b>817,2</b>	<b>1222,3</b>

**R.1. Restrição de área**

$$AJAN = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (06)$$

$$AFEV = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (07)$$

$$AMAR = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (08)$$

$$AABR = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (09)$$

$$AMAI = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (10)$$

$$AJUN = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (11)$$

$$AJUL = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (12)$$

$$AAGO = \sum_{i=1}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (13)$$

$$ASET = \sum_{i=1}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (14)$$

$$AOUT = \sum_{i=1}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (15)$$

$$ANOV = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (16)$$

$$ADEZ = \sum_{i=2}^{10} X_i \leq 8 \text{ ha} \quad (17)$$

onde:

AJAN – área irrigada no mês de janeiro;

AFEV – área irrigada no mês de fevereiro;

·

·

·

ANOV – área irrigada no mês de novembro;

ADEZ – área irrigada no mês de dezembro.

As restrições de água garantem que a demanda mensal de água das culturas não seja maior que o volume de água disponível pelo distrito durante o cada mês. A vazão unitária utilizada para cálculo do volume disponível no mês mais crítico (outubro), foi de 1,15 L.s<sup>-1</sup>.ha<sup>-1</sup> para os lotes de 8,0 ha. Tendo-se como base que a vazão unitária estará disponível durante 20 horas por dia, os volumes de água mensal que comporão as restrições serão de 2.053,4 mm.ha/mês (20.534 m<sup>3</sup>) para os lotes em estudo. As equações referentes às restrições de água (R.2) estão enumeradas de (18) a (25).

**R.2) Restrição de água**

$$IJAN = \sum_{i=1}^{10} RMA_i * X_i \leq 2053,4 \text{ mm.ha} \quad (18)$$

$$IJUN = \sum_{i=1}^{10} RMA_i * X_i \leq 2053,4 \text{ mm.ha} \quad (19)$$

$$IJUL = \sum_{i=1}^{10} RMA_i * X_i \leq 2053,4 \text{ mm.ha} \quad (20)$$

$$IAGO = \sum_{i=1}^{10} RMA_i * X_i \leq 2053,4 \text{ mm.ha} \quad (21)$$

$$ISET = \sum_{i=1}^{10} RMA_i * X_i \leq 2053,4 \text{ mm.ha} \quad (22)$$

$$IOUT = \sum_{i=1}^{10} RMA_i * X_i \leq 2053,4 \text{ mm.ha} \quad (23)$$

$$INOV = \sum_{i=1}^{10} RMA_i * X_i \leq 2053,4 \text{ mm.ha} \quad (24)$$

$$IDEZ = \sum_{i=1}^{10} RMA_i * X_i \leq 2053,4 \text{ mm.ha} \quad (25)$$

onde:

IJAN volume de água mensal disponível, no mês de janeiro, em mm.ha;  
 IJUN volume de água mensal disponível, no mês de junho, em mm.ha;  
 .  
 .  
 .  
 INOV volume de água mensal disponível, no mês de novembro, em mm.ha;  
 IDEZ volume de água mensal disponível, no mês de dezembro, em mm.ha.

Incorporou-se ao modelo uma restrição de área máxima a ser cultivada (R.3) com coqueiro, correspondendo a 20% da área do lote, fundamentada em estudos de mercado. Ainda, uma restrição de área mínima de cultivo de 50% da área disponível para os respectivos tipos de lotes, associada à combinação das culturas do meloeiro, abacaxizeiro, bananeira, goiabeira, mamoeiro e maracujazeiro, fundamentada na alternativa de proporcionar ao produtor uma renda da produção das culturas com maior brevidade.

**R.3.** Restrições de mercado para áreas de pequenos produtores

$$X_3 \leq 1,6 \text{ ha} \quad (26)$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i \leq 4,0 \text{ ha} \quad (27)$$

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na resolução do modelo de programação linear utilizou-se programas de computação que resolve sistemas de equações lineares, utilizando o algoritmo iterativo “método simplex revisado” denominados GAMS (1998) para otimização da renda líquida do pequeno produtor e para o estudo das análises de sensibilidade. O modelo proposto resultou no plano ótimo de cultivo apresentado no Quadro 2.

**Quadro 2.** Solução ótima do modelo de programação linear

Culturas	Lâmina Total (mm)	C.T.F.O. <sup>(1)</sup> (R\$. ha <sup>-1</sup> )	Área (ha)
<b>Gravioleira</b>	875,2	3632,00	4,0
<b>Meloeiro</b>	753,5	6867,00	4,0

<sup>(1)</sup> Coeficientes Técnicos da Função-objetivo

O plano que contempla o maior nível da renda líquida para o produtor sugere o cultivo de graviola e de melão, para os lotes em estudo. O modelo sugere que as culturas recomendadas ocupem individualmente 50% da área do lote. Nessa condição, tem-se a aplicação de uma lâmina total de água de irrigação de 875,2 mm e de 753,5 mm respectivamente para as culturas da graviola e do melão.

Uma análise comparativa das combinações de cultivo propostas para a condição de não restrição de água, demonstra que os maiores níveis da renda líquida anual é de R\$ 42.000,04.

É interessante observar que dentre as culturas sugeridas, a cultura do melão apresentou mesma área de plantio quando comparada à cultura da gravioleira, não obstante a renda líquida equivalente anual do melão, seja

a maior dentre as culturas analisadas no presente estudo. Em base aos valores de renda líquida equivalente, verifica-se que a cultura da banana não foi recomendada, mesmo apresentando renda líquida superior à graviola. Tal fato decorrente da bananeira necessitar de uma maior lâmina total de água, se comparada à gravioleira.

Ao se considerar o cultivo de duas safras de melão anualmente sem a restrição da combinação de culturas de ciclo rápido curto, equivalente a 50% da área dos lotes, tem-se como recomendação o cultivo de 8,0 ha de melão no mês de maio e de 4,0 ha no mês de setembro. Referida opção, embora apresente um incremento na renda líquida do produtor da ordem de 94%, se comparada ao plano inicialmente proposto, além da possibilidade de manejo

do solo ao longo do ano, tem como limitação os riscos associados ao uso da monocultura.

Carvalho *et al.* (2000), no estudo da otimização do uso da água no perímetro irrigado do Gortuba, utilizando-se a técnica da programação linear, verificaram que a banana-prata apresentou-se, em todos os lotes, como a melhor opção de plantio. As demais variáveis do modelo eram constituídas pelas culturas da abóbora, feijão, milho, quiabo, banana-nanica, manga e limão. Observaram, ainda, que o volume de água derivado no ano de 1996 foi superior ao volume otimizado pela programação linear, quando a renda do produtor foi maximizada.

O plano alternativo considerando a exclusão individual e em conjunto das culturas da gravioleira e do meloeiro, culturas sugeridas no plano que apresentou maior nível de renda líquida. Considerando a condição de disponibilidade de água conforme prevista no projeto, os resultados demonstram que, para cada lote, poder-se-ia alternativamente substituir o cultivo da graviola pelo da manga ou ainda, o cultivo do melão pelo da banana. Essas novas alternativas apresentariam reduções nos níveis médios anuais de renda líquida, sendo de 5,87% quando substitui o cultivo da graviola, de 28% quando substitui o cultivo do melão e de 33,8% quando substitui simultaneamente o cultivo da graviola e do melão.

Admitindo-se a restrição de terra por ser estática, não podendo assim ser aumentada, verifica-se um uso total desse recurso apenas nos meses de agosto, setembro e outubro, como decorrência do cultivo do melão. Dentre os planos alternativos, porém, àquele que propõe a substituição do cultivo da graviola e do melão, apresenta a ocupação total do recurso terra, tendo em vista a recomendação das culturas da mangueira e bananeira.

Tendo em vista a disponibilidade de área em nove meses do ano, há de se considerar a alternativa de cultivo dessa área com milho para consumo em estado verde. Recomendável também seria a incorporação periódica de massa verde de culturas como o feijão-de-porco (*Canavalia ensiformis*, D.C.). A razão do uso da cultura do feijão-de-porco, deve-se ao fato de que dentre as culturas utilizadas como adubação verde, a mesma apresenta um ciclo bem mais precoce, chegando a responder com uma massa verde variando de 20 a 30 t/ha quando de sua floração, que ocorre entre os 60 a 70 dias após sua semeadura.

O Quadro 3 mostra que o volume de água consumido, conforme o modelo proposto foi de 1.961,56 mm.ha (19.615,60 m<sup>3</sup>) no mês mais crítico (setembro), para cada lote, o que equivale uma lâmina anual média de 785,3 mm. Tendo em vista a ocorrência de folga do recurso em todos os meses, tem-se portanto um preço-sombra igual a zero, significando que o volume mensal de água disponível não é restritivo ao volume mensal de água requerido para o lote em estudo.

**Quadro 3.** Consumo de água (m<sup>3</sup>) estimado pelo modelo proposto

Mês	Lote de 8 ha
<b>Janeiro</b>	122,80
<b>Fevereiro</b>	0
<b>Março</b>	0
<b>Abril</b>	0
<b>Mai</b>	0
<b>Junho</b>	192,68
<b>Julho</b>	407,92
<b>Agosto</b>	1102,24
<b>Setembro</b>	1961,56
<b>Outubro</b>	1541,96
<b>Novembro</b>	571,56
<b>Dezembro</b>	412,60
<b>Disponibilidade mensal de água</b>	20530,40

Numa análise comparativa entre um plano ótimo de cultivo e o plano de cultivo utilizado no Projeto de Irrigação Morada Nova, Ceará, Rodrigues (2000) observou em base aos dados do plano proposto, uma folga no volume mensal de água disponível, caracterizando assim uma condição de não restrição de água, e, portanto, com preço-sombra igual a zero. Já Dantas Neto (1994), em estudo semelhante para as condições do Projeto de Irrigação Senador Nilo Coelho, verificou a não existência de folga, tendo dessa forma um valor associado a uma unidade do recurso água, que se constitui no preço-sombra.

Os custos marginais e os valores mínimos da contribuição ao lucro das variáveis não básicas (culturas não recomendadas), são apresentados no Quadro 4. Santos (2002) citando Frizzone (1996) e Rodrigues (2000), as variáveis não básicas na solução do modelo, apresentam custos marginais, os quais se referem ao acréscimo do custo total atribuível por unidade de área cultivada. Por exemplo, o cultivo da manga não foi recomendado, neste caso existe um custo marginal de R\$ 617,00 associado a essa atividade.

No Quadro 4 também estão relacionados os valores mínimos da contribuição ao lucro atribuídos às culturas, os quais representam os valores mínimos para que seus cultivos possam ser indicados. Por exemplo, o cultivo do coco não poderá ser recomendado, enquanto sua receita líquida for inferior a R\$ 3632,37 por hectare.

Segundo Dantas Neto (1994), os coeficientes técnicos do modelo de programação linear são muitas vezes estimados, estando assim sujeitos a variações, sendo dessa forma de grande interesse não apenas uma solução básica ótima, mas o conhecimento dos intervalos destes coeficientes nos quais a solução se mantém ótima. E isto é viável através do estudo denominado análise de sensibilidade ou de pós-otimidade dos parâmetros do modelo de programação linear.

**Quadro 4.** Custos marginais associados às atividades não básicas e valor mínimo da contribuição ao lucro

Culturas	Custo Marginal (R\$ ha <sup>-1</sup> )	Mínima Contribuição ao Lucro (R\$ ha <sup>-1</sup> )
Abacaxi	5650,44	6867,64
Banana	2940,07	6867,64
Coco	2609,11	3632,37
Goiaba	6574,46	6867,64
Mamão	4054,45	6867,64
Manga	617,04	3632,37
Maracujá	3361,75	6867,64
Uva	990,37	3632,37

Dantas Neto (1994) e Rodrigues (2000), afirmam que a análise de sensibilidade de uma variável é válida, somente quando todas as demais variáveis e seus coeficientes permanecem constantes.

No Quadro 5 é apresentado os valores atuais utilizados no modelo e os intervalos permitidos à receita líquida obtidos na solução ótima do problema, cujos limites são identificados pelas receitas líquidas mínimas e máximas e valores utilizados no modelo, identificado como atual. Os dados demonstram que o cultivo da graviola e do melão, permanecerão na base, ou seja; com recomendação de 4,0 ha para cada cultivo, para qualquer valor da renda líquida superior a R\$ 3.015,33 para graviola e R\$ 3.927,57 para o melão. Sua área poderá ser menor somente se a receita for inferior a esses valores.

**Quadro 5.** Análise de sensibilidade da receita líquida das variáveis básicas

Variável	Valor da Variável (ha)	Receita Líquida (R\$ ha <sup>-1</sup> )		
		Mínima	Atual	Máxima
Gravioleira	4,0	3.015,33	3.632,37	****
Meloeiro	4,0	3.927,57	6.867,64	****

(\*\*\*\*) Infinito

O resultado da análise de sensibilidade do recurso terra está apresentado no Quadro 6. Os dados demonstram que nos meses de agosto, setembro e outubro, toda a área foi ocupada atingindo o valor da área disponível, que é de 8,0 ha, não tendo folga e portanto apresentando um preço-sombra, que no caso corresponde a R\$ 3.632,37/ha para qualquer tipo de lote, significando que o recurso terra é restritivo. Para os demais meses do ano, as áreas ocupadas não atingiram o valor da área

disponível, apresentando folga, com preço-sombra igual a zero, significando que o recurso terra não é restritivo. Verifica-se, ainda, que o modelo apresenta limite de área mínima para os meses de agosto, setembro e outubro, correspondente a 8,0 ha, e para os demais meses de 4,0 ha, ou seja, mínimo valor que pode ser utilizado pelas restrições sem que as variáveis básicas da solução ótima sejam alteradas.

**Quadro 6.** Análise de sensibilidade do recurso terra, e condição de não restrição de água

Mês	Área Ocupada (ha)	Quantidade de Folga (ha)	Preço-Sombra (R\$/ha)	Área Mínima (ha)	Área Máxima (ha)
Janeiro	4,0	4,0	0,00	4,0	****
Fevereiro	4,0	4,0	0,00	4,0	****
Março	4,0	4,0	0,00	4,0	****
Abril	4,0	4,0	0,00	4,0	****
Mai	4,0	4,0	0,00	4,0	****
Junho	4,0	4,0	0,00	4,0	****
Julho	4,0	4,0	0,00	4,0	****
Agosto	8,0	0,0	3632,37	8,0	****
Setembro	8,0	0,0	3632,37	8,0	****
Outubro	8,0	0,0	3632,37	8,0	****
Novembro	4,0	4,0	0,00	4,0	****
Dezembro	4,0	4,0	0,00	4,0	****

(\*\*\*\*) Infinito

Segundo Frizzone (1996), em razão da água ser um recurso escasso, logo o que estima sua produtividade é o preço-sombra, que para o usuário de um projeto de irrigação é representado pelo custo unitário, já que ao se desperdiçar uma unidade de volume de água, o benefício sacrificado é sua produtividade.

No Quadro 7 estão relacionados os volumes de água mensais e anuais utilizados pelas atividades, considerando uma disponibilidade anual máxima de 24.640,80mm.ha (246.408,00m<sup>3</sup>). O fator de produção água não foi restritivo ou limitante à produção das culturas. Verifica-se

que o preço-sombra é zero, em razão da folga no volume de água disponível, além do excesso de recurso não ser utilizado para incrementar a renda.

Os valores mínimos e máximos para os volumes de água estão relacionados no Quadro 7, representando os limites de disponibilidade de água para os quais os preços-sombras são válidos, não acarretando alteração na solução atual do problema. Não obstante, modificações podem vir a ocorrer quanto aos valores das áreas recomendadas ao cultivo.

**Quadro 7.** Análise de sensibilidade do volume de água mensal

Mês	Estado	Volume Disponível (mm.ha)	Volume utilizado (mm.ha)	Folga (mm.ha)	Preço-Sombra (R\$/mm.ha)	Volume mínimo (mm.ha)	Volume máximo (mm.ha)
Janeiro	Não limitante	2053,40	122,80	1930,60	0,00	122,8	****
Fevereiro	Não limitante	2053,40	0	2053,40	0,00	0	****
Março	Não limitante	2053,40	0	2053,40	0,00	0	****
Abril	Não limitante	2053,40	0	2053,40	0,00	0	****
Maio	Não limitante	2053,40	0	2053,40	0,00	0	****
Junho	Não limitante	2053,40	192,68	1860,72	0,00	192,68	****
Julho	Não limitante	2053,40	407,92	1645,48	0,00	407,92	****
Agosto	Não limitante	2053,40	1102,24	951,16	0,00	1102,24	****
Setembro	Não limitante	2053,40	1962,56	91,84	0,00	1962,56	****
Outubro	Não limitante	2053,40	1510,96	542,44	0,00	1510,96	****
Novembro	Não limitante	2053,40	571,56	1481,84	0,00	571,56	****
Dezembro	Não limitante	2053,40	412,60	1640,80	0,00	412,60	****

(\*\*\*) Infinito

No Quadro 8 é apresentado o resultado, visando-se uma análise comparativa de diversas alternativas de planos de cultivo. Os planos compreendem a condição de não restrição de água (100%Volume de Água Disponível - VAD), que correspondem 20534,0m<sup>3</sup> (2.053,4mm.ha) para cada lote e as condições de restrições de água (80; 60 e 40%Volume de Água Disponível - VAD). Não houve

variação na área total cultivada para simulações de 20 e 40% na vazão do projeto (80 e 60%VAD), no entanto para a condição de disponibilidade de água correspondente a 60% da vazão do projeto (40%VAD), a área total cultivada apresenta uma diminuição da ordem de 23,7%.

**Quadro 8.** Solução ótima do modelo para condição de não restrição de água (100%VAD) e de restrição de água (80; 60 e 40%VAD)

Culturas	Disponibilidade de água mensal (mm.ha)			
	2053,4 (PP100)	1642,7 (PP80)	1232,0 (PP60)	821,4 (PP40)
Graviloreira	4,0	4,0	4,0	2,1
Maracujazeiro	-	1,4	3,1	3,6
Meloeiro	4,0	2,6	0,9	0,4
Área Total (ha)	8,0	8,0	8,0	6,1
Incremento na Área (%)	0	0	31,1	
Receita Líquida (R\$)	42000,04	37293,59	31578,61	22996,24
Incremento na Receita Líquida (R\$)	4706,45	5714,98	8582,37	



Nas condições de restrições de água de 20, 40 e 60% na vazão de água disponível do projeto, a solução do modelo sugere uma variação na área cultivada com gravioleira e meloeiro, substituindo parte da área cultivada com meloeiro por cultivo do maracujazeiro. Na condição de restrição de água de 20% e 40% da vazão do projeto (80% e 60%VAD) a substituição do cultivo do melão pelo cultivo do maracujá é de respectivamente 35% e 77,5%, não havendo redução de área cultivada com gravioleira. A restrição de água de 60% na vazão do

projeto (40%VAD), recomenda-se redução na área cultivada com gravioleira correspondendo a 47,5% e uma substituição de 90% na área de cultivo do melão pelo do maracujá.

No Quadro 9, verifica-se que a ocupação mensal da área aumentou nos meses de agosto, setembro e outubro, época do cultivo do meloeiro. Não houve variação na área mensal cultivada para condição de 80 e 60% do volume de água disponível (80 e 60%VAD), exceto para os meses de agosto, setembro e outubro.

**Quadro 9.** Ocupação da terra (ha) por mês para quatro níveis de disponibilidade de água

Mês	Disponibilidade de água mensal (mm.ha)			
	2053,4	1642,7	1232,0	821,4
<b>Janeiro</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Fevereiro</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Março</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Abril</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Mai</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Junho</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Julho</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Agosto</b>	8,0	8,0	8,0	6,1
<b>Setembro</b>	8,0	8,0	8,0	6,1
<b>Outubro</b>	8,0	8,0	8,0	6,1
<b>Novembro</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Dezembro</b>	4,0	5,4	7,1	5,7
<b>Média mensal</b>	5,0	6,0	7,3	5,8

Observa-se no Quadro 10 que o consumo de água foi menor que o volume de água disponível nos diversos níveis de disponibilidade de água, sendo referido consumo maior no mês de setembro, tendo em vista o pico de consumo de água do meloeiro. Verifica-se que no maior nível de disponibilidade de água, não houve demanda igual aos volumes máximos considerados nos respectivos meses. O mês de setembro, porém, apresenta limitações quanto ao uso do recurso para os três menores níveis de disponibilidade. Já para o menor nível de disponibilidade, o mês de outubro apresenta-se também com limitações quanto ao uso do recurso.

No Quadro 11, verifica-se que em razão do decréscimo na disponibilidade de água, sugerem-se mudanças nas variáveis básicas e seus respectivos níveis. À medida que se reduz o nível de disponibilidade de água, o modelo sugere uma redução na área de cultivo com meloeiro, a qual é substituída pelo cultivo do maracujazeiro. Na condição de menor disponibilidade de

água, é sugerida uma redução na área de cultivo da gravioleira. Ao diminuir a disponibilidade de água de 100%VAD para os níveis de 80, 60 e 40%VAD, houve uma redução na receita líquida anual de respectivamente 11,2%; 24,8% e 45,2%, para cada lote de 8,0 ha.

De acordo com Arce (1990), uma vez que a solução encontrada pelo modelo de programação linear é ótima, a análise de sensibilidade é muito útil para observar o comportamento das variáveis que estão na solução.

Utilizando modelos de programação linear para fins de otimização dos planos de cultivo nos Projetos de Irrigação Senador Nilo Coelho, Petrolina-PE, e do Projeto de Irrigação Morada Nova, Morada Nova-CE, Dantas Neto (1994) e Rodrigues (2000), respectivamente, obtiveram resultados semelhantes, constatando redução na receita líquida com o decréscimo na disponibilidade de água, porém o incremento da receita líquida aumenta à medida que diminui o recurso água, Constataram ainda,

uma redução na eficiência econômica da água com o aumento da oferta de água.

**Quadro 10.** Consumo de água mensal para quatro níveis de disponibilidade

Mês	Disponibilidade de água mensal (mm.ha)			
	2053,4	1642,7	1232,0	821,4
Janeiro	122,8	122,8	122,8	63,6
Fevereiro	0	0	0	0
Março	0	0	0	0
Abril	0	0	0	0
Maió	0	0	0	0
Junho	192,7	219,3	253,5	171,1
Julho	407,9	503,2	625,9	466,6
Agosto	1102,2	1065,3	1017,7	726,3
Setembro	1961,5	1024,4	1024,4	774,2
Outubro	1510,9	1366,5	1180,4	635,7
Novembro	571,5	712,2	893,3	673,0
Dezembro	412,6	502,4	318,1	454,5
<b>Consumo médio</b>	<b>785,3</b>	<b>689,5</b>	<b>679,5</b>	<b>495,6</b>

**Quadro 11.** Análise de sensibilidade da receita líquida das variáveis básicas para quatro níveis de disponibilidade de água (mm.ha)

2053,4mm.ha				
Variável	Valor da Variável (ha)	Receita Líquida (R\$.ha <sup>-1</sup> )		
		Mínimo	Atual	Máximo
Graviola	4,0	3.015,33	3.632,37	****
Melão	4,0	3.927,57	6.867,64	****
1642,7mm.ha				
Variável	Valor da Variável (ha)	Receita Líquida (R\$.ha <sup>-1</sup> )		
		Mínimo	Atual	Máximo
Graviola	4,0	3129,83	3632,37	****
Maracujá	1,4	2728,12	3505,89	****
Melão	2,6	4961,19	6867,64	****
1232,0mm.ha				
Variável	Valor da Variável (ha)	Receita Líquida (R\$.ha <sup>-1</sup> )		
		Mínimo	Atual	Máximo
Graviola	4,0	3129,83	3632,37	****
Maracujá	3,1	2728,12	3505,89	****
Melão	0,9	4961,19	6867,64	****
821,4mm.ha				
Variável	Valor da Variável (ha)	Receita Líquida (R\$.ha <sup>-1</sup> )		
		Mínimo	Atual	Máximo
Graviola	2,1	3186,29	3632,37	****

Maracujá	3,6	2266,75	3505,89	****
Melão	0,4	5966,10	6867,64	****

De acordo com Arce (1990), uma vez que a solução encontrada pelo modelo de programação linear é ótima, a análise de sensibilidade é muito útil para observar o comportamento das variáveis que estão na solução.

Utilizando modelos de programação linear para fins de otimização dos planos de cultivo nos Projetos de Irrigação Senador Nilo Coelho, Petrolina-PE, e do Projeto de Irrigação Morada Nova, Morada Nova-CE, Dantas

Neto (1994) e Rodrigues (2000), respectivamente, obtiveram resultados semelhantes, constatando redução na receita líquida com o decréscimo na disponibilidade de água, porém o incremento da receita líquida aumenta à medida que diminui o recurso água. Constataram ainda, uma redução na eficiência econômica da água com o aumento da oferta de água.

**Quadro 12.** Análise de sensibilidade do recurso terra, área ocupada mensal, para os quatro níveis de disponibilidade de água (mm.ha)

Mês	2053,4mm.ha			1642,7mm.ha		
	Preço Sombra (R\$/ha)	Área Mínima (ha)	Área Máxima (ha)	Preço Sombra (R\$/ha)	Área Mínima (ha)	Área Máxima (ha)
<b>Janeiro</b>						
<b>Fevereiro</b>						
<b>Março</b>	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****
<b>Abril</b>	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****
<b>Mai</b>	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****
<b>Junho</b>	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****
<b>Julho</b>	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****
<b>Agosto</b>	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****
<b>Setembro</b>	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****
<b>Outubro</b>	3632,37	8,0	****	1508,71	8,0	****
<b>Novembro</b>	3632,37	8,0	****	1508,71	8,0	****
<b>Dezembro</b>	3632,37	8,0	****	1508,71	8,0	****
	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****
	0,00	4,0	****	0,00	5,4	****

  

Mês	1232,0mm.ha			821,4mm.ha		
	Preço Sombra (R\$/ha)	Área Mínima (ha)	Área Máxima (ha)	Preço Sombra (R\$/ha)	Área Mínima (ha)	Área Máxima (ha)
<b>Janeiro</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****
<b>Fevereiro</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****
<b>Março</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****
<b>Abril</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****
<b>Mai</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****
<b>Junho</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****
<b>Julho</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****
<b>Agosto</b>	1508,71	8,0	****	0,00	6,1	****
<b>Setembro</b>	1508,71	8,0	****	0,00	6,1	****
<b>Outubro</b>	1508,71	8,0	****	0,00	6,1	****
<b>Novembro</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****
<b>Dezembro</b>	0,00	7,1	****	0,00	5,7	****

Os dados constantes no Quadro 12, mostram que as áreas ocupadas nos meses de agosto, setembro e outubro, para os três maiores níveis de disponibilidade de água são

iguais aos valores das áreas disponíveis para cada lote. Para essas condições, tem-se um preço-sombra de R\$3.632,37 por hectare, para o maior nível de

disponibilidade de água e R\$1.508,71 por hectare para os níveis de 80 e 60%VAD, indicando dessa forma, que o recurso terra mensal disponível foi influenciado pela disponibilidade de água, para os três tipos de lotes.

Quanto à ocupação mensal da terra nos demais meses do ano observa-se um aumento seguido de um decréscimo à medida que reduzem-se os níveis de disponibilidade de água. O aumento na ocupação de terra ocorre nos níveis de disponibilidade de água de 80 e 60%VAD, em razão do cultivo do maracujazeiro ser o ano todo, o que difere da época de cultivo do meloeiro que é de apenas três meses. Já no nível de 40%VAD, há uma redução na ocupação mensal da terra, o que é explicado em razão do decréscimo na área de cultivo da gravioleira.

Já o Quadro 13 demonstra dados constantes para a condição de não restrição de água, que os respectivos volumes mensais disponíveis superam os volumes de água requeridos pelas culturas, não atingindo dessa forma, os valores estabelecidos nas restrições. Assim, na análise de sensibilidade, apresentam-se apenas os valores

correspondentes aos volumes mínimos de água mensal para o respectivo nível de disponibilidade. Os dois níveis intermediários (80 e 60%VAD) de disponibilidade de água, apresentam preço-sombra de R\$14,34 por mm.ha no mês de setembro. Já nos meses de setembro e outubro, o menor nível (40%VAD) de disponibilidade de água apresenta preço-sombra de R\$6,72 por mm.ha e R\$16,82 por mm.ha, respectivamente.

No presente estudo, a disponibilidade máxima mensal de água não foi limitante à produção em nenhum mês do ano. Nos níveis de 80 e 60%VAD foi limitante apenas para o mês de setembro, e nos meses de setembro e outubro para o nível de 40%VAD. Dessa forma, nos meses de setembro e outubro está associado um preço-sombra do recurso, que se constitui no custo de oportunidade de se utilizar um determinado volume de água, o qual corresponde à redução esperada no valor da função-objetivo caso tal volume se torne mais restritivo em uma unidade.

**Quadro 13.** Análise de sensibilidade do volume de água mensal e anual para quatro níveis de disponibilidade de água (mm.ha)

Mês	2053,4mm.ha			1642,7mm.ha		
	Preço Sombra (R\$/mm.ha)	Volume Mínimo (mm.ha)	Volume Máximo (mm.ha)	Preço Sombra (R\$/mm.ha)	Volume Mínimo (mm.ha)	Volume Máximo (mm.ha)
<b>Janeiro</b>	0,00	122,8	****	0,00	122,8	****
<b>Fevereiro</b>	0,00	0	****	0,00	0	****
<b>Março</b>	0,00	0	****	0,00	0	****
<b>Abril</b>	0,00	0	****	0,00	0	****
<b>Mai</b>	0,00	0	****	0,00	0	****
<b>Junho</b>	0,00	192,7	****	0,00	219,3	****
<b>Julho</b>	0,00	407,9	****	0,00	503,2	****
<b>Agosto</b>	0,00	1102,2	****	0,00	1065,3	****
<b>Setembro</b>	0,00	1961,5	****	14,34	1024,4	****
<b>Outubro</b>	0,00	1510,9	****	0,00	1366,5	****
<b>Novembro</b>	0,00	571,5	****	0,00	712,2	****
<b>Dezembro</b>	0,00	412,6	****	0,00	502,4	****
<b>Total</b>	0,00	6282,1	****	0,00	5516,1	****
	<b>1232,0mm.ha</b>			<b>821,4mm.ha</b>		

Mês	Preço Sombra (R\$/mm.ha)	Volume Mínimo (mm.ha)	Volume Máximo (mm.ha)	Preço Sombra (R\$/mm.ha)	Volume Mínimo (mm.ha)	Volume Máximo (mm.ha)
Janeiro	0,00	122,8	****	0,00	63,6	****
Fevereiro	0,00	0	****	0,00	0	****
Março	0,00	0	****	0,00	0	****
Abril	0,00	0	****	0,00	0	****
Maió	0,00	0	****	0,00	0	****
Junho	0,00	253,5	****	0,00	171,1	****
Julho	0,00	625,9	****	0,00	466,6	****
Agosto	0,00	1017,7	****	0,00	726,3	****
Setembro	14,34	1024,4	****	6,72	774,2	****
Outubro	0,00	1180,4	****	16,82	635,7	****
Novembro	0,00	893,3	****	0,00	673,0	****
Dezembro	0,00	318,1	****	0,00	454,5	****
<b>Total</b>	<b>0,00</b>	<b>5436,1</b>	<b>****</b>	<b>0,00</b>	<b>3965,0</b>	<b>****</b>

## CONCLUSÕES

Tomando-se por base as culturas consideradas, as restrições de área, água e mercado, os preços dos produtos e custos de produção, os resultados do estudo permitiram as seguintes conclusões:

1. A disponibilidade de água prevista para o Projeto de Irrigação do Baixo Acaraú para lotes de 8,0 ha, não se mostrou limitante quanto ao uso total do recurso terra em seis dos sete planos de cultivo analisados. Ainda, considerando as condições de restrição de água, tal fator só se mostrou limitante quanto ao uso do recurso terra, ao restringir-se à disponibilidade de água em 60%.
2. A combinação de cultivo constituída por gravioleira e meloeiro foi a que apresentou maior nível de receita líquida para cada lote, correspondendo a R\$5.250,00/ha/ano, cuja área de plantio para cada cultivo, corresponde a 50% da área do lote.
3. O plano que sugere a substituição do cultivo da gravioleira por mangueira, apresenta-se como ótima alternativa, porquanto o decréscimo no nível médio anual de receita líquida é de apenas 5,87%. Já o plano que contempla a substituição simultânea dos cultivos da gravioleira e do meloeiro, apresenta-se como o de menor nível de receita líquida, com redução de 33,8%.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCE, R. A. B. Otimização de um projeto hidroagrícola, no município de Guairá (SP), utilizando programação linear. 1990. 76f. Dissertação (Mestrado em Irrigação e

Drenagem) – ESALQ/Universidade de São Paulo, Piracicaba.

BERNARDO, D. J.; WHITTLESEY, N. K.; SAXTON, K. E.; BASSET, D. L. Irrigation optimization under limited water supply. **Transactions of the ASAE**, St. Joseph, v.31, n.3, p.712-719, 1988.

CARVALHO, D. F. DE; SOARES, A. A.; RIBEIRO, C. A. S.; SEDIYAMA, G. C.; PRUSKI, F. F. Otimização do uso da água no perímetro irrigado do Gorutuba, utilizando-se a técnica da programação linear. **Revista AGRIAMBI**, Campina Grande, PB, v.4, n.2. p.203-209, 2000.

DANTAS NETO, J. Modelos de Decisão para Otimização do Padrão de Cultivo, em Áreas Irrigadas, Baseadas nas Funções de Respostas das Culturas à Água. 1994. 125f. Tese (Doutorado em Irrigação e Drenagem) – FCA/Universidade Estadual de São Paulo, Botucatu.

FRIZZONE, J. A. Modelo de programação linear para otimizar o uso da água em Perímetros Irrigados e sua aplicação no Projeto de Irrigação Senador Nilo Coelho. 1996. 57f. Tese (Livre Docente) – ESALQ/Universidade de São Paulo, Piracicaba.

Gams. A User's Guide. Development Corporation, 1998.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução á Pesquisa Operacional**. São Paulo: EDUSP, 1988. 850p.  
 MATANGA, G. B.; MARINO, M. A. Irrigation planning 1. Cropping pattern. **Water Resources Research**, v.15, n.3, p.672-678, 1979.

MOORE, C. V. A general analytical framework for estimating the production function for crops using irrigation water, 1, **J. Farm Econ**. XLIII(4), p.876-888, 1961.

RODRIGUES, J. A. L. Plano Ótimo de cultivo no projeto de irrigação Morada Nova, Ceará, utilizando modelo de programação linear. 2000. 81f. Dissertação (Mestrado em Irrigação e Drenagem) – DENA/Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

SANTOS, M. A. L. Otimização econômica da exploração agrícola para o distrito de irrigação Baixo Acaraú–Ceará, utilizando modelo de programação linear, . 2002. 90f. Dissertação (Mestrado em Irrigação e Drenagem) – DENA/Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.