

Projeto e Controle de um Sistema Barra e Bola Utilizando um Controlador PID

Cecilio Martins de Sousa Neto, Kaio Alencar Barrêto, Vítor Gomes Melo Barra
Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)
Rodovia BR-226, s/n, Pau dos Ferros - RN, 59900-000, Pau dos Ferros, RN, Brazil
Email: cecilio.martins@ufersa.edu.br

Resumo— Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento e o controle de posição de um sistema barra e bola. A barra possui uma extremidade fixa, em que um sensor infravermelho acoplado faz a medição da posição da bola, e uma extremidade móvel em que o servo motor atua. A aquisição dos dados e implementação do sistema de controle de posição é realizada por meio de um microcontrolador. Um controlador Proporcional, Integral e Derivativo (PID), projetado por meio do método algébrico, empregado para estabilizar a bola ajustando o ângulo da barra. O desempenho do sistema foi avaliado por meio de um estudo comparativo utilizando os controladores Proporcional (P) e Proporcional e Derivativo (PD), os resultados obtidos demonstram a eficiência do sistema de controle empregado e do sistema construído.

Palavras-Chave— Sistema de controle, barra e bola, controlador PID.

Abstract— This work presents the development and position control of a bar and ball system. The bar has a fixed end, to which an attached infrared sensor measures the position of the ball, and a movable end to which the servo motor acts. Data acquisition and implementation of the position control system are carried out using a microcontroller. A Proportional, Integral and Derivative (PID) controller, designed using the algebraic method, used to stabilize the ball by adjusting the angle of the bar. The system performance was evaluated through a comparative study using Proportional (P), Proportional and Derivative PD controllers and the results obtained demonstrate the efficiency of the control system used and the system built.

Keywords— Control System, Ball and Beam, PID Controller.

I. INTRODUÇÃO

O controle de um sistema barra e bola é uma problemática bastante analisada na área de controle de processos. Segundo [1], a análise desse tipo de sistema é bastante importante na área aeroespacial e no ambiente acadêmico. Na área aeroespacial são utilizados principalmente nas análises de estabilização horizontal, decolagem e pouso e durante uma ocorrência de uma turbulência. Por outro lado, no ambiente acadêmico este tipo de sistema é utilizado como recurso didático para demonstração de desempenho e criação de novas rotinas e teorias de controle [5]. O sistema barra e bola é bastante simples e consiste basicamente em uma bola se movimentando livremente sobre uma barra, sendo este um sistema e possui dois graus de liberdade, um de translação da bola e o outro de variação angular da barra, não linear e instável em malha aberta [2].

Para estabilizar a bola, um sinal de controle deve ser aplicado ao servo motor de modo a ajustar o ângulo da barra, conforme ilustrado na Figura 2. Portanto, o principal objetivo do

controlador é controlar a posição da bola por meio do ajuste do ângulo do servo motor. Nos últimos anos diversas estratégias de controle convencionais e não-convencionais aplicadas ao sistema barra e bola foram utilizadas, tais como: controle PID e PD [1], [4], [5], lógica *fuzzy* [2], [15], [16], integração entre controle e observadores de estados variantes no tempo [3], [17], redes neurais artificiais [6], integração entre lógica *fuzzy* e redes neurais artificiais [7], controle ótimo [8], [10], [11], controle por superfície deslizante [9], abordagem não-linear de trajetória baseada em realimentação [18] e controle preditivo baseado em modelo [14], [12], [13].

Neste artigo é apresentado o projeto e o controle de um sistema barra e bola. O sistema barra e bola foi construído com base no modelo desenvolvido por [1]. Todas as partes do sistema, barra, braço de alavanca, peças de sustentação do sistema e de fixação e sustentação do servo motor, foram construídas utilizando uma impressora 3D de filamento ABS. Os parâmetros do controlador PID utilizado neste trabalho foram projetados por meio do critério de desempenho, em malha fechada, requerido pela aplicação. O desempenho do sistema foi avaliado por meio de um estudo comparativo utilizando os controladores PI e PD e os resultados obtidos demonstram a eficiência do sistema de controle empregado e do sistema construído.

II. MODELAGEM DO SISTEMA

A modelagem matemática do sistema é obtida por meio das equações da mecânica Newtoniana ou Lagrangiana. Neste trabalho o modelo matemático foi obtido por meio das equações mecânica Newtoniana, sendo o sistema barra bola, apresentado na Figura 1, composto por: uma barra, uma bola, um braço de alavanca e um motor [1].

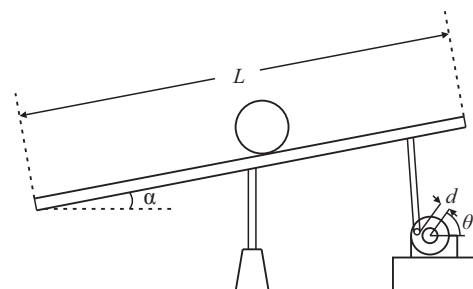


Fig. 1. Representação do sistema barra bola.

Segundo [1], a relação entre o ângulo da barra e a posição da bola pode ser obtido por meio das equações de movimento.

Considerando que a bola gire livremente pelo plano inclinado, o diagrama de corpo livre do sistema é apresentado na Figura 2.

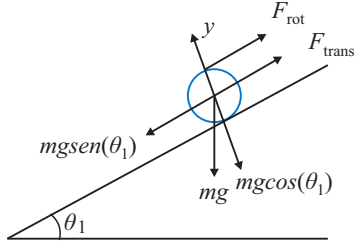


Fig. 2. Diagrama de corpo livre do sistema

De acordo com o diagrama de corpo livre, a força resultante no eixo x é dada por:

$$F_{res} = F_{trans} + F_{rot}, \quad (1)$$

sendo:

$$F_{trans} = m\ddot{x} \quad (2)$$

$$F_{rot} = \frac{J}{R}\ddot{x} \quad (3)$$

Substituindo as Equações 2 e 3 na Equação 1, temos que:

$$F_{res} = m\ddot{x} + \frac{J}{R}\ddot{x} \quad (4)$$

$$F_{res} = \left(m + \frac{J}{R}\right)\ddot{x} \quad (5)$$

$$M = m + \frac{J}{R^2} \quad (6)$$

Considerando a ação das forças perpendiculares à barra, temos que:

$$F_{trans} = -mg \sin(\theta_1) \quad (7)$$

$$\left(m + \frac{J}{R^2}\right)\ddot{x} = -mg \sin(\theta_1) \quad (8)$$

$$\left(m + \frac{J}{R^2}\right)\ddot{x} + mg \sin(\theta_1) = 0 \quad (9)$$

$$mg \sin(\theta_1) = mg\theta_1 \quad (10)$$

Logo, a equação do movimento do sistema é dada por:

$$\left(m + \frac{J}{R^2}\right)\ddot{x} + mg\theta_1 = 0 \quad (11)$$

Aplicando a transformada de Laplace e, considerando condições iniciais nulas, tem-se a Equação 12:

$$\left(m + \frac{J}{R^2}\right)X(s)s^2 + mg\frac{d\Theta(s)}{l} = 0 \quad (12)$$

Reescrevendo a Equação 12, obtém-se a função de transferência que estabelece a relação entre a posição da bola e o ângulo do servomotor, como segue:

$$\frac{X(s)}{\Theta(s)} = \frac{-mgd}{L\left(m + \frac{J}{R^2}\right)} \frac{1}{s^2} \quad (13)$$

Para o caso em que a bola é oca, o momento de inércia é dado

por:

$$J = \frac{2}{3}mR^2 \quad (14)$$

Substituindo a Equação 14 na Equação 13, obtém-se a função de transferência do sistema:

$$\frac{X(s)}{\Theta(s)} = \frac{-3gd}{5L} \frac{1}{s^2} \quad (15)$$

III. DESCRIÇÃO DO SISTEMA

Na Figura 3 é ilustrado o protótipo do sistema barra e bola desenvolvido neste trabalho.

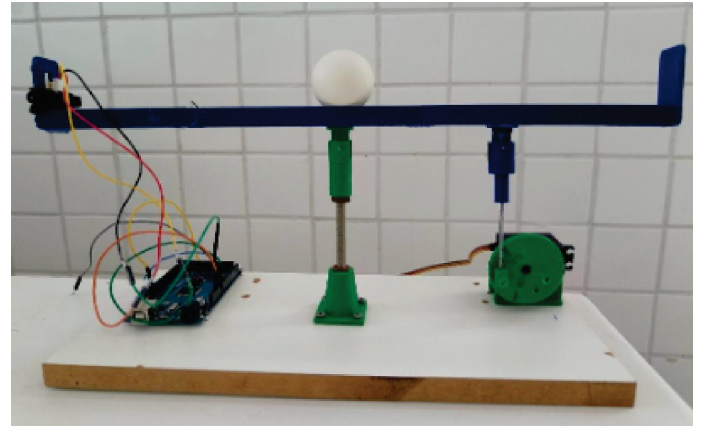


Fig. 3. Protótipo do sistema barra e bola

De acordo com a Figura 3, o protótipo é composto por uma barra, uma bola, um sensor de distância Sharp modelo GP2Y0A21Y, um servo motor modelo MG995 e uma placa Arduino mega 2560. O sensor de distância Sharp modelo GP2Y0A21Y utiliza a tecnologia de reflexão de luz infravermelha para estimar a distância entre o sensor e um objeto refletor, com uma faixa de medição entre 10 e 80 centímetros. A placa Arduino Mega 2560 é baseada no microcontrolador ATmega2560 e, possui 54 portas de entrada e saídas digitais e analógicas, 12 portas PWM, portas seriais, USB e comunicação com outros dispositivos via protocolos como I2C e SPI. Na Figura 4 é apresentado o diagrama de blocos de controle do sistema barra e bola utilizando um controlador PID.

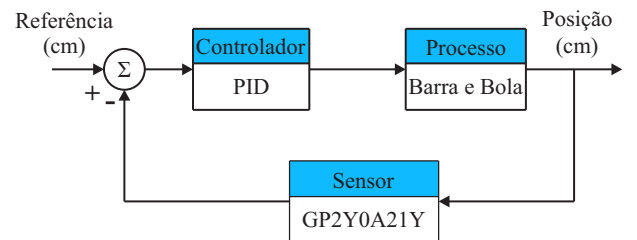


Fig. 4. Diagrama de blocos de controle do sistema barra e bola

Na Tabela I são apresentados os parâmetros do sistema desenvolvido neste trabalho.

TABELA I
PARÂMETROS DO SISTEMA

Descrição	Símbolo	Valores	Unidade
Massa da bola	m	0,0027	Kg
Raio da bola	R	0,02	m
Braço da alavanca	d	0,02	m
Aceleração da gravidade	g	-9,8	m/s ²
Comprimento da barra	L	0,35	m
Momento de inércia	J	4,32x10 ⁻⁷	Kgm ²

Substituindo os parâmetros do sistema, apresentados na Tabela I, na Equação 15, encontra-se a seguinte função de transferência:

$$\frac{X(s)}{\Theta(s)} = \frac{0,336}{s^2} \quad (16)$$

1) *Critério de Projeto do Controlador PID*: O controlador PID, utilizado neste trabalho, foi projetado com base no critério de desempenho, em malha fechada, requerido pela aplicação. Considerando a função de transferência do sistema e do controlador escrita em termos dos seguintes polinômios [19]:

$$G(s) = \frac{Z(s)}{R(s)} \quad (17)$$

$$G_c(s) = \frac{P(s)}{L(s)} \quad (18)$$

sendo: $Z(s) = 0,336$, $R(s) = s^2$, $P(s) = k_d s^2 + k_p s + k_i$ e $L(s) = s$

A função de transferência de malha aberta do sistema com o controlador PID é dada por:

$$G_{ma}(s) = \frac{P(s)Z(s)}{R(s)L(s)} \quad (19)$$

A função de transferência de malha fechada do sistema com o controlador PID é dada por:

$$T(s) = \frac{Z(s)P(s)}{Z(s)P(s) + R(s)L(s)} \quad (20)$$

Baseado na Equação 20, o comportamento dinâmico do sistema pode ser dado por:

$$Z(s)P(s) + R(s)L(s) = A^*(s) \quad (21)$$

$P(s)$ e $L(s)$ são os polinômios do controlador PID que satisfazem a Equação 21 e $A^*(s)$ é o polinômio cujos polos são obtidos a partir do desempenho requerido, sendo dado por [19]:

$$A^*(s) = (s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(s + 5\xi\omega_n) \quad (22)$$

Os ganhos do controlador PID são obtidos resolvendo a Equação 21, como segue:

$$s^3 + 0,336k_d s^2 + 0,336k_p s + 0,336k_i \quad (23)$$

$$s^3 + 7\xi\omega_n s^2 + (10\xi^2\omega_n^2 + \omega_n^2)s + 5\xi\omega_n^3 \quad (24)$$

Fazendo igualdade de polinômios, temos que:

$$k_p = \frac{(10\xi^2\omega_n^2 + \omega_n^2)}{0,336} \quad (25)$$

$$k_i = \frac{5\xi\omega_n^3}{0,336} \quad (26)$$

$$k_d = \frac{7\xi\omega_n}{0,336} \quad (27)$$

IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados experimentais foram desenvolvidos em um sistema barra e bola, ilustrado na Figura 3, composto por uma placa Arduino Mega 2560 conectado a um microcomputador. O algoritmo de medição e o controladores foram implementados usando linguagem C com um período de amostragem de 50ms. Os controladores foram discretizados utilizando o método *Zero-Order-Hold* (ZOH). Os resultados experimentais obtidos foram realizados considerando dois cenários de operação: um primeiro cenário que visa analisar o comportamento do sistema operando com uma bola oca e o segundo cenário com o sistema operando com uma bola maciça. A mudança da bola tem como intuito avaliar a robustez do sistema de controle quando a planta do sistema é alterado. Neste caso, foi utilizado uma bola maciça com um raio $R = 0,0125$ m e uma massa $m = 0.0122$ Kg. Neste caso, a função de transferência do sistema com uma bola maciça é dada por:

$$\frac{X(s)}{\Theta(s)} = \frac{0,4}{s^2} \quad (28)$$

A. Primeiro Cenário

Inicialmente foi analisado a resposta do sistema barra e bola em malha fechada com um controlador Proporcional, uma bola oca e uma referência degrau de 20 cm. A resposta do sistema com um controlador Proporcional é apresentado na Figura 5. De acordo com a Figura 5, com um controlador Proporcional a resposta do sistema é oscilatória e portanto instável.

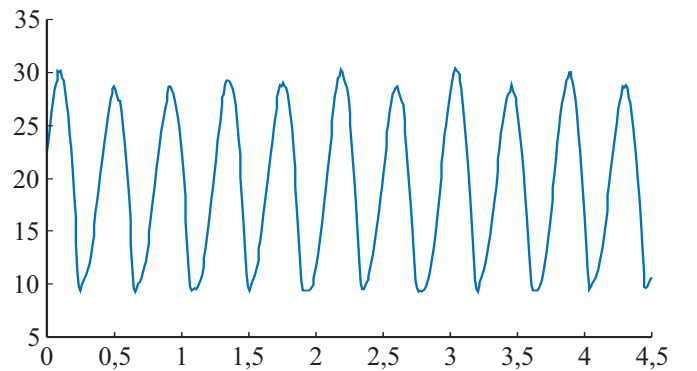


Fig. 5. Resposta do sistema com um controlador Proporcional

Na Figura 6 é apresentada a resposta do sistema barra e bola utilizando um controlador PD. De acordo com a Figura 6, com a utilização do controlador PD o sistema apresentou resposta transitória com um sobressinal de aproximadamente $M_p \cong 7,2\%$ e tempo de acomodação de aproximadamente $t_s(2\%) = 0,65$ s. Entretanto, a resposta do sistema apresentou erro em regime permanente de aproximadamente $6,5\%$.

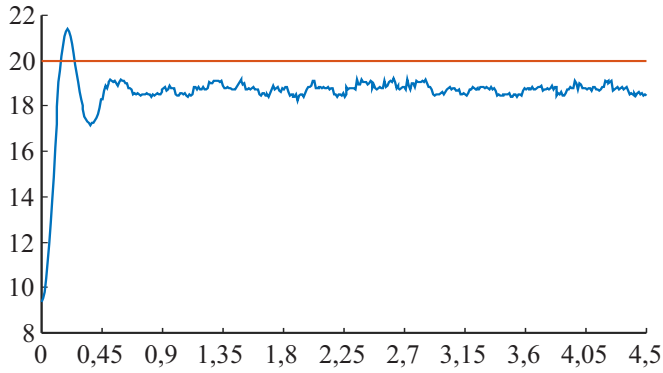


Fig. 6. Resposta do sistema com um controlador PD

Na Figura 7 é ilustrada a resposta do sistema barra e bola utilizando um controlador PID. Baseado na Figura 7 utilizando o controlador PID o sistema apresentou resposta transitória com um sobressinal de aproximadamente $M_p \cong 56,2\%$ e tempo de acomodação de aproximadamente $t_s(2\%) = 1s$. No entanto, com o controlador PID a resposta do sistema apresentou erro nulo em regime permanente.

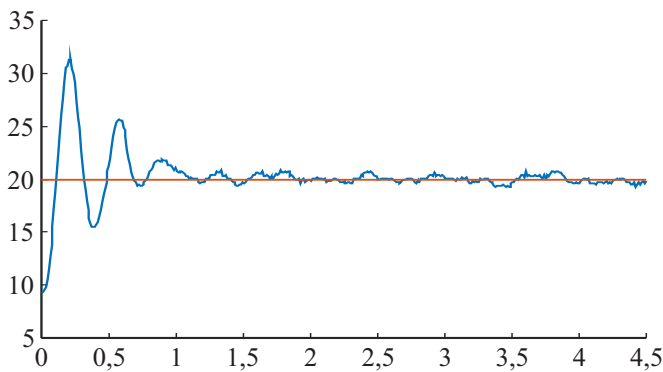


Fig. 7. Resposta do sistema com um controlador PID

B. Segundo Cenário

Na Figura 8 é apresentada a resposta do sistema com um controlador Proporcional para uma variação na planta. De acordo com a Figura 8, com um controlador Proporcional a resposta do sistema é oscilatória e, embora apresente uma amplitude menor o comportamento do sistema também é instável.

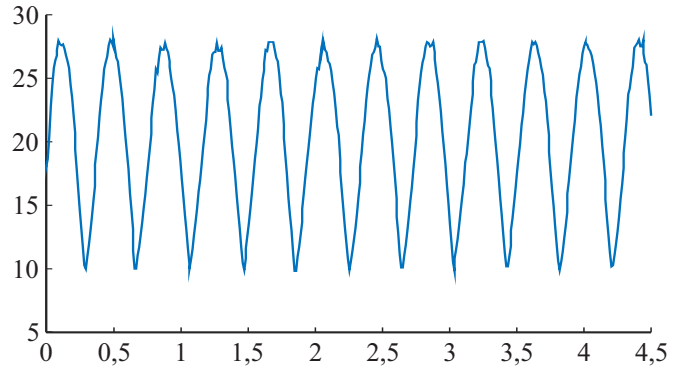


Fig. 8. Resposta do sistema com um controlador Proporcional

Na Figura 9 é apresentada a resposta do sistema barra e bola utilizando um controlador PD, considerando uma bola maciça. De acordo com a Figura 9, o sistema apresentou uma resposta transitória com sobressinal aproximadamente nulo, no entanto o erro em regime permanente foi de aproximadamente $e(\infty) \cong 17,6\%$.

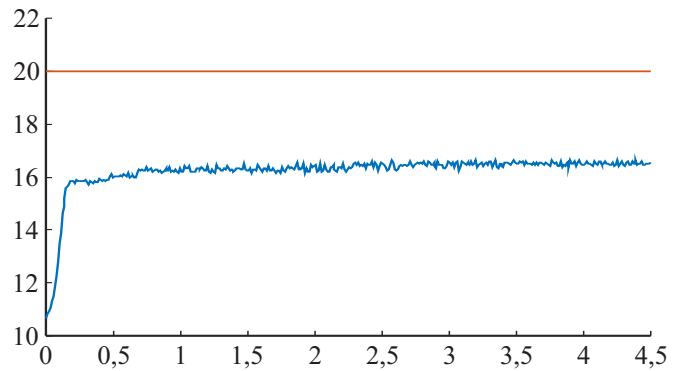


Fig. 9. Resposta do sistema com um controlador PID

Na Figura 10 é ilustrada a resposta do sistema barra e bola utilizando um controlador PID, considerando uma bola maciça. De acordo com a Figura 10 utilizando o controlador PID o sistema apresentou resposta transitória com um sobressinal de aproximadamente $M_p \cong 30\%$ e tempo de acomodação de aproximadamente $t_s(2\%) = 0,85s$. No entanto, com o controlador PID a resposta do sistema em regime permanente apresentou um erro de aproximadamente 1,5%.

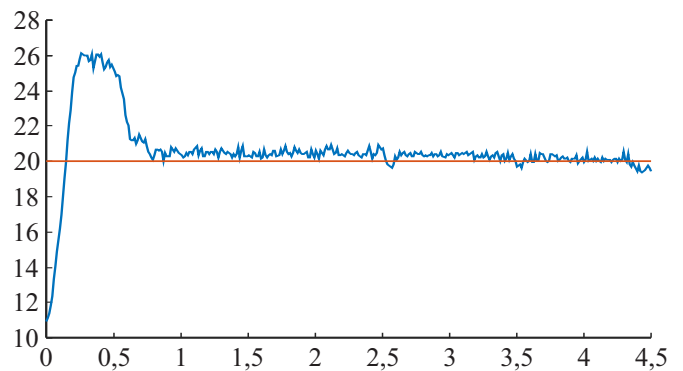


Fig. 10. Resposta do sistema com um controlador PID

V. CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentado o desenvolvimento e o controle de um sistema barra e bola. O projeto do controlador PID utilizado foi realizado com base no critério de desempenho, em malha fechada, requerido pela aplicação. A validação do sistema de controle foi desenvolvido por um estudo comparativo com os controladores P e PD. Os resultados foram desenvolvidos considerando os cenários utilizando uma bola oca e uma bola maciça.

Baseado nos resultados experimentais obtidos, o controlador PID apresentou resultados bastante satisfatórios quando comparado aos resultados obtidos pelos controladores P e PD. Utilizando o controlador PID, o sistema de barra e bola manteve-se estável, em ambos os cenários de operação. Portanto, o controlador PID apresentou uma maior robustez e melhor desempenho.

REFERÊNCIAS

- [1] B. Ahmad and I. Hussain, Design and Hardware Implementation of Ball Beam Setup. 2017 Fifth International Conference on Aerospace Science Engineering (ICASE), Islamabad, Pakistan, 2017, pp. 1-6.
- [2] Tang Dewang and Wang Qinglin, On Ball and Beam System with fuzzy control, 2008 27th Chinese Control Conference, Kunming, 2008, pp. 266-270.
- [3] Z. H. Pang, G. Zheng and C. -X. Luo, Augmented state estimation and LQR control for a ball and beam system, 2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, Beijing, China, 2011, pp. 1328-1332.
- [4] S. Sridharan and G. Sridharan, "Ball on beam on roller: a new control laboratory device," Industrial Electronics, 2002. ISIE 2002. Proceedings of the 2002 IEEE International Symposium on, L'Aquila, Italy, 2002, pp. 1318-1321 vol.4.
- [5] Wen Yu and F. Ortiz, Stability analysis of PD regulation for ball and beam system, Proceedings of 2005 IEEE Conference on Control Applications, 2005. CCA 2005., Toronto, ON, Canada, 2005, pp. 517-522.
- [6] Dan Wang and Jie Huang, "A neural network-based approximation method for discrete-time nonlinear servomechanism problem," in IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 12, no. 3, pp. 591-597, May 2001.
- [7] F. Gomez-Estern, R. Ortega, F. R. Rubio and J. Aracil, "Stabilization of a class of underactuated mechanical systems via total energy shaping," Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.01CH37228), Orlando, FL, USA, 2001, pp. 1137-1143 vol.2.
- [8] Li-Xin Wang, "Stable and optimal fuzzy control of linear systems," Proceedings of IEEE 5th International Fuzzy Systems, New Orleans, LA, USA, 1996, pp. 1453-1458 vol.2.
- [9] R. M. Hirschorn, "Incremental sliding mode control of the ball and beam," in IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, no. 10, pp. 1696-1700, Oct. 2002.
- [10] M. A. Marra, B. E. Boling and B. L. Walcott, "Genetic control of a ball-beam system," Proceeding of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications IEEE International Conference on Control Applications held together with IEEE International Symposium on Intelligent Control, Dearborn, MI, USA, 1996, pp. 608-613.
- [11] M. A. Rana, Z. Usman and Z. Shareef, Automatic control of ball and beam system using Particle Swarm Optimization, 2011 IEEE 12th International Symposium on Computational Intelligence and Informatics (CINTI), Budapest, Hungary, 2011, pp. 529-534.
- [12] Zhiyu, X.; Tim, H. Ball and beam system - Nonlinear MPC using hammerstein model. ICIEA 2007: 2007 Second IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, p. 2294?2298, 2007.
- [13] Oravec, M.; Jadlovska, A. Model Predictive Control of a Ball and Plate laboratory model. In: 2015 IEEE 13th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMII). IEEE, 2015. p. 165?170.
- [14] Hara, N.; Takahashi, M.; Konishi, K. Experimental evaluation of model predictive control of ball and beam systems. Proceedings of the 2011 American Control Conference, n. 4, p. 1130?1132, 2011.
- [15] Souza, W. A. D.; Oliveira, D. R. D.; Teixeira, M. C. M.; Luciano de Souza da Costa e Silva; Cardim, R.; Assunção, E. Projeto E Implementação De Um Controlador Robusto Chaveado Utilizando Modelos Fuzzy Takagi-Sugeno. Congresso Brasileiro de Automática, p. 2238?2245, 2014.
- [16] Lin, C. E.; Huang, W. C. Dynamic ball and plate control verification on magnetic suspension platform using enforced fuzzy logic control. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, v. 40, n. 4, p. 259?281, 2012.
- [17] Sira-Ramirez, H. On the control of the "ball and beam" system: a trajectory planning approach. In: IEEE (Ed.). Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.00CH37187). Sydney, Australia: IEEE, 2000. v. 4, p. 4042?4047.
- [18] Ho, M.-T.; Rizal, Y.; Chu, L. M. Visual Servoing Tracking Control of a Ball and Plate System: Design, Implementation and Experimental Validation. International Journal of Advanced Robotic Systems, p. 1, 2013.
- [19] Alexandre Sanfelice Bazanella e João Manoel Gomes da Silva Jr. Sistemas de Controle princípio e métodos de projetos. Editora da UFRGS, p. 306, 2005.