



Artigo

Planejamento estático da expansão de redes de transmissão usando PSO quântico com atrator gaussiano

João Ricardo Paes de Barros ¹

¹ jrpb64@gmail.com

Recebido: 27/03/2026;

Aceito: 07/07/2026;

Publicado: 15/07/2026;

Resumo: O planejamento da expansão de redes de transmissão (PERT) é fundamental para o bom funcionamento de um sistema elétrico de potência. Trata-se de um problema altamente complexo, caracterizado por sua natureza mista inteira, não linear e não convexa. Nesse contexto, técnicas metaheurísticas se destacam por produzir soluções (alternativas de expansão) ótimas ou próximas das ótimas para problemas combinatórios dessa natureza. Nos últimos anos, o algoritmo *Particle Swarm Optimization* - PSO tem ganhado crescente atenção em diversos campos de estudo. Considerando esse cenário, este artigo propõe a aplicação do algoritmo QPSO (*Quantum PSO*), com atrator gaussiano (*Gaussian QPSO* - GQPSO), como método de formulação de soluções para o PERT estático (PESTE). A rede elétrica é modelada por um fluxo de carga em corrente contínua (DC) e desconsidera as perdas ativas nos circuitos. A performance do otimizador proposto foi validado através de simulações de dois sistemas amplamente conhecidos na literatura: o sistema IEEE (24 barras/41 ramos) e o sistema equivalente Sul do Brasil (46 barras/79 ramos). Os resultados alcançados demonstram a viabilidade e a eficiência da técnica apresentada, oferecendo novos insights para o aperfeiçoamento do PSO.

Palavras-chave: sistemas elétricos de potência; planejamento da expansão de sistemas de transmissão; otimização por enxame de partículas; PSO quântico; fluxo de potência DC.

Static transmission network expansion planning using quantum PSO with gaussian attractor

Abstract: Transmission network expansion planning (TNEP) is essential for the proper functioning of an electric power system. This is a highly complex problem, characterized by its mixed-integer, nonlinear, and non-convex nature. In this context, meta-heuristic techniques stand out for producing optimal or near-optimal solutions (expansion alternatives) for combinatorial problems of this nature. In recent years, the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm has gained increasing attention in various fields of study. Given this scenario, this article proposes the application of the QPSO (Quantum PSO) algorithm, with a Gaussian attractor (Gaussian QPSO—GQPSO), as a method for formulating solutions for static TNEP (sTNEP). The power grid is modeled by a direct current (DC) load flow and disregards active losses in the circuits. The performance of the proposed optimizer was validated through simulations of two systems widely known in the literature: the IEEE system (24 buses/41 branches) and the equivalent Southern Brazil system (46 buses/79 branches). The results achieved demonstrate the feasibility and efficiency of the presented technique, offering new insights for the improvement of PSO.

Keywords: electric power system; transmission expansion planning; particle swarm optimization; quantum PSO; DC power flow.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Modalidade de planejamento, representação da rede e critério de adição de circuitos

A modalidade de planejamento da expansão da rede de transmissão considerada neste trabalho é a conhecida na bibliografia especializada [1, 2] como planejamento estático (PERTe). Isto significa que os circuitos são integrados à rede ao término do período analisado.

No que diz respeito à representação da rede, optou-se pelo modelo DC [3], amplamente em pregado em modelos de otimização de PERTe [4] e considerado o mais próximo do modelo de corrente alternada (CA). Este modelo possibilita o cálculo dos fluxos de potência ativa nos circuitos de maneira simples, ágil e comum a precisão adequada para o horizonte de longo prazo [5].

Com relação ao critério para adição dos circuitos na rede, optou-se pelo critério determinístico N-0, usado em [8,9]. Este critério de dimensionamento não garante o atendimento à demanda em contingência simples.

1.2. Característica do PERTe

O problema do PERTe, mesmo quando representado pelo modelo DC, configura-se como um problema de programação não linear, não convexo e de natureza inteira mista [6,7], muito difícil de ser resolvido, principalmente quando a rede de transmissão tem muitas barras (conectadas e isoladas) e muitos circuitos (existentes e candidatos).

Como existem muitas possibilidades de adições de circuitos no problema do PERTe, os tempos computacionais gastos pelos algoritmos para encontrar a combinação de custo mínimo [10] é um motivo de preocupação.

Além da questão relacionada à explosão combinatória, o problema do PERTe possui diversas alternativas subótimas [11], o que amplifica bastante o risco de os algoritmos não alcançarem a alternativa de custo mínimo global em um tempo computacional razoável. Portanto, é importante concentrar esforços na criação de algoritmos que sejam rápidos e eficazes, sobretudo para resolver também problemas de PERTe de sistemas de grandes dimensões.

Atualmente, existe uma variedade muito grande de algoritmos propostos para solucionar problemas de PERTe, cuja literatura técnica estão classificados em três grandes categorias: a) otimização clássica, como os algoritmos branch-and-bound [8, 12, 14], e os baseados em decomposição de Benders [15, 17], b) os algoritmos heurísticos construtivos [18, 20], e c) os algoritmos metaheurísticos [21-23].

1.3. Aplicação do PSO ao PERTe

Neste trabalho, optamos pelo uso de um algoritmo metaheurístico, tendo em vista que ele, frequentemente, encontra a alternativa de mínimo custo ou alternativas de alta qualidade, mesmo quando aplicados em redes elétricas de grande dimensão, com tempo computacional aceitável [11, 22].

Um dos algoritmos metaheurísticos que tem sido largamente utilizado para resolver problemas ligados a sistemas elétricos [24], por conta da sua eficiência e flexibilidade, é o algoritmo PSO, desenvolvido por [25]. Este algoritmo pertence a família de inteligência de enxames, e é reconhecido por sua eficácia em solucionar problemas de otimização não-linear de grande escala.

Ao longo dos anos, diversas variantes do PSO foram elaboradas e publicadas [26-66] para solucionar problemas relacionados ao PERTe e ao PERTd. A Tabela 1 descreve os sistemas utilizados nas referências e a Tabela 2 indica os anos das pesquisas, os tipos de planejamentos, os modelos de fluxos de potência - FP (FPcc ou FPca) utilizados, os critérios de confiabilidade (N-0 ou N-1) e os sistemas utilizados em cada pesquisa.

Tabela 1: Descrição dos sistemas testados (Autoria própria)

Nomenclatura	Descrição
JSPC-13/19	Sistema Província de Jiang Su da China - 13 barras/19 ramos
G-6/15	Sistema Garver - 6 barras/15 ramos
SSEC-18/27	Sistema Sudeste da China - 18 barras/27 ramos
IEEE-24/41	Sistema IEEE - 24 barras/41 ramos
ST1-18/32	Sistema Típico 1 - 18 barras/32 ramos
SRA-18/18	Sistema Regional do Azerbaijão - 18 barras/58 ramos
SLI-61/72	Sistema Leste da Iugoslávia - 61 barras/72 ramos
SSB-46/79	Sistema Sul do Brasil - 46 barras/79 ramos
ST2-25/25	Sistema Típico 2 - 25 barras/25 ramos
SSEB-79/143	Sistema Sudeste do Brasil - 79 barras/143 ramos
IEEEm-24/41	Sistema IEEE Modificado - 24 barras/41 ramos
SE-71/124	Sistema Egípcio - 71 barras/124 ramos
IEEE-30/41	Sistema IEEE - 30 barras/41 ramos
IEEE-14/20	Sistema IEEE - 14 barras/20 ramos
SOSR-97/126	Parte do Sistema Ocidental e Sudoeste Romano

;;;

Tabela 2: Sistemas testados com o PSO e variantes [26-66] (Autoria própria)

Ano, Ref.	Tipo de PET	FP	Critério	Nomenclatura dos Sistemas
2005 [26]	PERTe	FPcc	N-0	JSPC -13/19
2006 [27]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e SSEC-18/27
2006 [28]	PERTe	FPca	N-0	SG-6/15 e ST1-18/32
2007 [29]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e SSEC-18/27
2009 [30]	PERTe	FPcc	N-1	IEEE-24/41
2009 [31]	PERTe	FPcc	N-0	SRA-18/58
2010 [32]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e SRA-18/58
2010 [33]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15
2010 [34]	PERTe	FPcc	N-0	SLI-61/72
2010 [35]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e SRA-18/58
2010 [36]	PERTe	FPcc	N-0	SRA-18/58
2011 [37]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e IEEE-24/41
2011 [38]	PERTd	FPcc	N-0	SG-6/15 e IEEE-24/41
2011 [39]	PERTe	FPcc	N-1	IEEE-24/41
2012 [40]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e IEEE-24/41
2012 [41]	PERTe	FPcc	N-1	SG-6/15 e SRA-18/58
2012 [42]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15, IEEE-24/41 e SSB-46/79
2012 [43]	PERTd	FPcc	N-1	SG-6/15 e IEEE-24/41
2012 [44]	PERTd	FPcc	N-1	SG-6/15 e IEEE-24/41
2013 [45]	PERTe	FPcc	N-0	IEEE-24/41 e ST2-25/25
2013 [46]	PERTe	FPca	N-0	SSEC-18/27
2013 [47]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15
2013 [48]	PERTd	FPcc	N-0	SG-6/15 e IEEE-24/41
2013 [49]	PERTd	FPcc	N-1	SG-6/15 e IEEE-24/41
2014 [50]	PERTe	FPca	N-0	SOSR-97/126
2014 [51]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15, SSB-46/79 e SSEB-79/143
2014 [52]	PERTd	FPcc	N-1	SG-6/15 e IEEE-24/41
2014 [53]	PERTe	FPca	N-0	IEEE-24/41
2014 [54]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e SSB-46/79
2014 [55]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15, IEEE-24/41 e SSB-46/79
2015 [56]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e SSB-46/79
2016 [57]	PERTe	FPca	N-0	SG-6/15
2016 [58]	PERTd	FPca	N-0	IEEE-24/41
2017 [59]	PERTe	FPcc	N-1	SG-6/15
2017 [60]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15 e SE-71/124
2018 [61]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15
2019 [62]	PERTe	FPca	N-0	IEEE-30/41
2020 [63]	PERTd	FPcc	N-1	SG-6/15 e IEEE-24/41
2023 [64]	PERTe	FPcc	N-0	SG-6/15, IEEE-14/20 e IEEE-24/41
2023 [65]	PERTe	FPca	N-0	SG-6/15
2025 [66]	PERTd	FPca	N-0	SG-6/15

1.4. Algoritmos QPSO e GQPSO

Nos trabalhos [67,68] o PSO com comportamento quântico das partículas, denominado de algoritmo QPSO, foi utilizado para obter as soluções ótimas de várias funções contínuas de referências, na calibração dos parâmetros de um regulador de velocidade e de um estabilizador de um sistema real. Como as soluções alcançadas em ambas as pesquisas foram consideradas robustas, os autores chegaram à conclusão de que o QPSO apresenta benefícios em relação ao PSO tradicional.

Com o objetivo de aprimorar a eficiência do algoritmo QPSO, o artigo [69] introduziu um mecanismo de mutação, baseado em uma distribuição de probabilidade gaussiana, originando um novo algoritmo de otimização denominado de GQPSO. Este algoritmo foi testado na otimização da configuração de um solenoide de Loney, sendo a solução encontrada considerada satisfatória.

Na pesquisa [70], o algoritmo GQPSO foi testado com três modalidades de mutação, visando resolver dois problemas de otimização contínua com restrições. Os resultados evidenciaram melhoria no desempenho do QPSO, ao evitar a convergência prematura para soluções subótimas.

1.5. Algoritmo proposto (PERTe-GQPSO)

Em virtude dos bons resultados do algoritmo GQPSO e por ainda não ter sido utilizado na resolução de problemas de PERT, este trabalho preserva a estrutura baseada no Algoritmo Genético de Chu-Beasley (AGCB), utilizada em

[21], e propõe um novo algoritmo de otimização, denominado de PERTe-GQPSO. Nele, as alternativas candidatas são geradas pelo algoritmo GQPSO, e não pelo algoritmo genético (AG).

Além disso, o algoritmo PERTe-GQPSO utiliza uma etapa adicional, na qual um operador de intensificação de busca local é aplicado à alternativa de menor custo global. Em [71, 72], a estrutura do AGCB foi mesclada com o algoritmo dos morcegos (BA) [73], para gerar as alternativas candidatas, e foram obtidos resultados bastantes robustos.

A eficácia do otimizador PERTe-GQPSO foi demonstrada utilizando os sistemas IEEE-24/41 e SSB-46/79. As alternativas de menor custo obtidas foram comparadas com resultados de métodos exatos e aproximados, divulgados na literatura técnica especializada.

1.6. Organização do Artigo

As seções subsequentes estão dispostas da forma a seguir: a seção II apresenta a formulação matemática do problema e as características relacionadas ao problema do PERTe. A seção III introduz os conceitos fundamentais do PSO e as equações que determinam o movimento das partículas. Na sequência, a seção IV descreve os fundamentos do algoritmo QPSO e as equações que regulam os movimentos das partículas. A seção V apresenta os fundamentos do algoritmo GQPSO e as equações que determinam os movimentos das partículas. A seção VI detalha a estrutura e o funcionamento do algoritmo proposto (PERTe-GQPSO). A seção VII apresenta as topologias dos sistemas utilizados na validação do algoritmo proposto bem como os resultados obtidos. Por fim, na seção VIII, são apresentadas as principais conclusões do trabalho.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PERTe

2.1. Nomenclatura usada no modelo do PERTe

NL :	Conjunto de circuitos candidatos	θ_i :	Ângulo de fase da tensão da barra “i”
NB :	Conjunto de barras com cortes de carga	γ_{ij} :	Susceptância do circuito adicionado no ramo “ij”
n_{ij} :	Número de circuitos adicionados no ramo “ij”	S :	Matriz de incidência barra-ramo
n_{ij}^0 :	Número de circuitos existentes no ramo “ij”	f :	Vetor cujos elementos são f_{ij}
$\bar{n}_{ij}$:	Número máximo de circuitos no ramo “ij”	g :	Vetor de potências ativas de geração
c_{ij} :	Custo de cada circuito adicionado no ramo “ij”	$\bar{g}$:	Vetor de potências máximas de geração
f_{ij} :	Fluxo de potência no ramo “ij”	d :	Vetor de cargas ativas
$\bar{f}_{ij}$:	Fluxo máximo no ramo “ij”	r :	Vetor de cortes de carga (geração fictícia)

2.2. Objetivo do PERTe

Neste trabalho, busca-se reduzir ao máximo o custo dos circuitos incorporados à rede inicial, assegurando que ela seja capaz de suprir a demanda futura. Além disso, busca-se assegurar um nível de confiabilidade previamente estabelecido, evitando sobrecargas nos circuitos.

Neste estudo, procura-se reduzir ao máximo o custo dos circuitos integrados à rede inicial, garantindo que ela seja capaz de suprir a demanda projetada para o ano de análise.

Os circuitos são adicionados de uma só vez no ano horizonte de análise, sendo apenas necessário determinar em quais ramos eles devem ser adicionados e a quantidade. É, portanto, um problema de otimização não linear com restrições de igualdade e desigualdade.

1) Função Objetivo (Função Custo)

Para atingir o objetivo do PERTe, sem considerar as perdas ativas nos circuitos, a função objetivo minimiza o somatório dos custos dos circuitos adicionados (1) tal como em [21].

$$\text{Min } v(n_{ij}) = \sum_{i=1}^{NB} \sum_{j=1}^{NB} c_{ij} \cdot n_{ij} \quad (1)$$

2) Restrições de igualdade

No modelo utilizado neste estudo, são consideradas duas restrições de igualdade [21]. A primeira, uma restrição linear (2), cumpri a primeira lei de Kirchhoff (lei das correntes). A segunda, uma restrição não-linear (3), satisfaz a segunda lei Kirchhoff (lei das tensões ou lei das malhas) aplicada ao equivalente DC da rede.

$$S^T f + g + r = d \quad (2)$$

$$f_{ij} = \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot (\theta_i - \theta_j) \quad (3)$$

$$f_{ij}, \theta_i - \text{irrestritos}$$

3) Restrições de desigualdade

O modelo considera três restrições de desigualdade. A primeira, representada pela equação (4), estabelece os limites máximos de carregamentos para os circuitos existentes e adicionados. A segunda, indicada por (5), define os

limites inferiores e superiores para as potências ativas geradas nas barras do sistema. Por fim, a terceira, expressa como (6), determina o número máximo de circuitos permitidos em cada ramo.

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \cdot \bar{f}_{ij} \quad (4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (5)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad (6)$$

$$n_{ij} - \text{inteiros}$$

4) Função fitness (Função adaptação)

A avaliação da qualidade de cada alternativa de expansão é feita por uma a função $-fit(n_{ij})$, composta de duas funções (7), que são utilizadas com objetivos diferentes pelo otimizador PERTe-GQPSO, tal como em [21].

$$\text{Min } fit(n_{ij}) = v(n_{ij}) + w(r_k) \quad (7)$$

A função de penalidade $-w(r_k)$, tem como objetivo avaliar se as alternativas produzidas pelo algoritmo GQPSO são viáveis (sem cortes de carga) ou inviáveis (com cortes de carga). Em outras palavras, ela busca identificar o conjunto de circuitos $\{n_{ij}^{GQPSO}\}$ que garantam a ausência de cortes de carga no sistema.

Os valores $dew(r_k)$ são obtidos por meio da solução do problema de operação representado pelas equações (8) a (13) [21]. Para alternativas viáveis, tem-se que $\{n_{ij}^{GQPSO} = 0\}$ e, consequentemente, $w(r_k) = 0$. O otimizador proposto (PERTe-GQPSO), contém um módulo que calcula, a cada iteração, os valores de $w(r_k)$.

$$\text{Min } w(r_k) = \sum_{k=1}^{NB} r_k \quad (8)$$

Sujeito a:

$$S^T f + g + r = d \quad (9)$$

$$f_{ij} = \gamma_{ij} (n_{ij}^0 + n_{ij}^{GQPSO}) \cdot (\theta_i - \theta_j) \quad (10)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}^{GQPSO}) \cdot \bar{f}_{ij} \quad (11)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (12)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (13)$$

$$f_{ij}, \theta_i - \text{irrestritos}$$

3. BREVE DESCRIÇÃO DO ALGORITMO PSO

O PSO, criado por Eberhart (engenheiro eletricista) e Kennedy (psicólogo) [25], foi desenvolvido com base no trabalho do biólogo Frank Heppner. Ele estudou o comportamento de um grupo de aves em busca de alimento ou de um lugar para construir ninhos e observou que, quando uma ave encontra alimento, as demais começam a localizá-lo com mais rapidez. O cardume de peixes apresenta o mesmo comportamento.



a) Bando de aves(br.freepik.com)



b) Cardume de peixes(www.freepik.com)

FIGURA 1: Tipos de enxames de partículas

Segundo [25], o PSO é um algoritmo de otimização estocástico baseado no comportamento coletivo observado em aves e peixes. O grupo (bando ou cardume) é guiado tanto pela experiência de cada partícula (ave ou peixe) quanto pela experiência coletiva, o que permite que os indivíduos alcancem suas metas. Sua maior deficiência é a não garantia da convergência para a solução ótima global.

3.1. Nomenclatura usada no algoritmo PSO

D – Dimensão de cada partícula. É equivalente a dimensão do problema em análise.

Np – Quantidade de partículas do enxame (população).

$i = 1, 2, \dots, Np$ – Cada partícula do enxame.

$d = 1, 2, \dots, D$ – Cada componente da partícula i .

$X_i^t = [X_{i1}^t, X_{i2}^t, \dots, X_{id}^t, \dots, X_{iD}^t]^T$ - Vetor de posição da partícula i na iteração t .

X_i^{t+1} – Vetor da posição da partícula i na iteração $t + 1$. Possui a mesma dimensão que X_i^t .

$V_i^t = [V_{i1}^t, V_{i2}^t, \dots, V_{id}^t, \dots, V_{iD}^t]^T$ - Vetor velocidade da partícula i , na iteração t . Possui a mesma dimensão que X_i^t .

V_i^{t+1} – Vetor de velocidade da partícula i na iteração $t + 1$. Possui a mesma dimensão que V_i^t .

$Pbest_i^t = \{Pbest_i^t, \dots, Pbest_d^t, \dots, Pbest_D^t\}$ – Vetor de dimensão igual ao vetor X_i^t . Representa a melhor posição descoberta pela partícula i , na iteração t .

$Gbest^t = \{Gbest^t, \dots, Gbest_d^t, \dots, Gbest_D^t\}$ – Vetor de dimensão igual ao vetor X_i^t . Representa a posição ótima do enxame na iteração t . Como $Gbest^t$ é obtido através da avaliação de todos os vetores X_i^t , só haverá um vetor $Gbest^t$ para todo o enxame. Ele representa a partícula líder do enxame.

w – Fator de inércia. Desempenha o papel de equilibrar a busca global e a busca local.

c_1 – Coeficiente de cognição individual. Regula o impacto da melhor posição alcançada por cada partícula na posição da partícula.

c_2 – Coeficiente de cognição coletiva. Controla o impacto da posição ótima global na posição de uma partícula.

$R_1 \sim U(0,1)$ e $R_2 \sim U(0,1)$ – Números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $[0, 1]$.

3.2. Posicionamentos e velocidades das partículas do PSO

No PSO, cada partícula representa uma solução candidata. Cada partícula se move no espaço de busca, orientada tanto pela melhor posição que já visitou, representada por $Pbest_i^t$, quanto pela melhor posição visitada pelo enxame, representada por $Gbest^t$. Conforme [25], a equação (14) é empregada para atualizar a posição de cada partícula.

$$V_i^{t+1} = w^t \cdot V_i^t + c_1 \cdot R_1 (Pbest_i^t - X_i^t) + c_2 \cdot R_2 (Gbest^t - X_i^t) \quad (14)$$

Conforme mencionado em [25], o fator de inércia pode ser representado por uma constante positiva ou por uma função que varia de forma linear ou não linear, decrescendo positivamente ao longo do tempo. Se $0.8 < w < 1.2$, o PSO tende a apresentar uma maior probabilidade de alcançar a solução ótima global, embora isso exija um número maior de iterações.

O primeiro vetor da equação (14) projeta a partícula na mesma direção de seu movimento atual. O segundo vetor, relacionado à memória, puxa a partícula para a melhor posição que ela atingiu. O terceiro vetor, por sua vez, direciona a partícula para a melhor posição identificada pelo enxame.

Depois de calcular a velocidade, cada partícula é movida para uma nova posição. Esse deslocamento é realizado por meio de uma operação simples, na qual a velocidade atual é adicionada à sua posição anterior, conforme ilustrado na equação (15).

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1} \quad (15)$$

Pesquisas acerca das trajetórias das partículas, registradas em [75], indicaram que, para que o PSO garanta a convergência, é necessário que cada partícula se dirija para uma posição no espaço de busca, chamada ponto de atração local (P_i^t), cujas coordenadas são definidas pela equação (16).

$$P_i^t = (c_1 \cdot Pbest_i^t + c_2 \cdot Gbest^t) / (c_1 \cdot R_1 + c_2 \cdot R_2) \quad (16)$$

3.3. Ilustração geométrica dos vetores do modelo PSO

A Figura 2 ilustra o deslocamento de uma partícula i , que se encontrava na posição X_i^t , para a nova posição X_i^{t+1} , fazendo uso dos vetores de velocidades V_i^t .

O termo $w^t \cdot V_i^t$ representa a componente de inércia; o termo $c_1 \cdot R_1 (Pbest_i^t - X_i^t)$ representa a experiência obtida pela partícula i na iteração t , e é denominado de componente cognitiva; o termo $c_2 \cdot R_2 (Gbest^t - X_i^t)$ representa a experiência obtida pelo enxame até o momento atual, e é denominado de componente social.

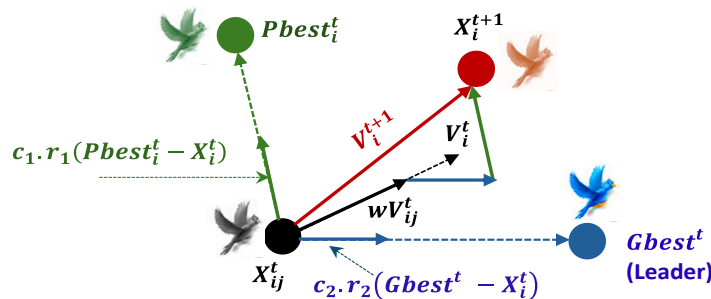


FIGURA 2: Representação vetorial da velocidade e da posição de uma partícula (Autoria própria)

3.4. Fluxograma Simplificado do Algoritmo PSO

As etapas executadas pelo algoritmo PSO estão indicadas no fluxograma simplificado da Figura 3. A primeira etapa consiste em gerar partículas para formar um "enxame" e determinar as suas respectivas posições. A segunda etapa consiste em atribuir valores aleatórios aos vetores de posições (X_i^t) e velocidades (V_i^t). O algoritmo atualiza, R4EM, v. 8, n. 1, p.11-29 2026.

iterativamente, os vetores de velocidade (V_i^{t+1}) e posição (X_i^{t+1}), até que o critério de parada definido seja alcançado.

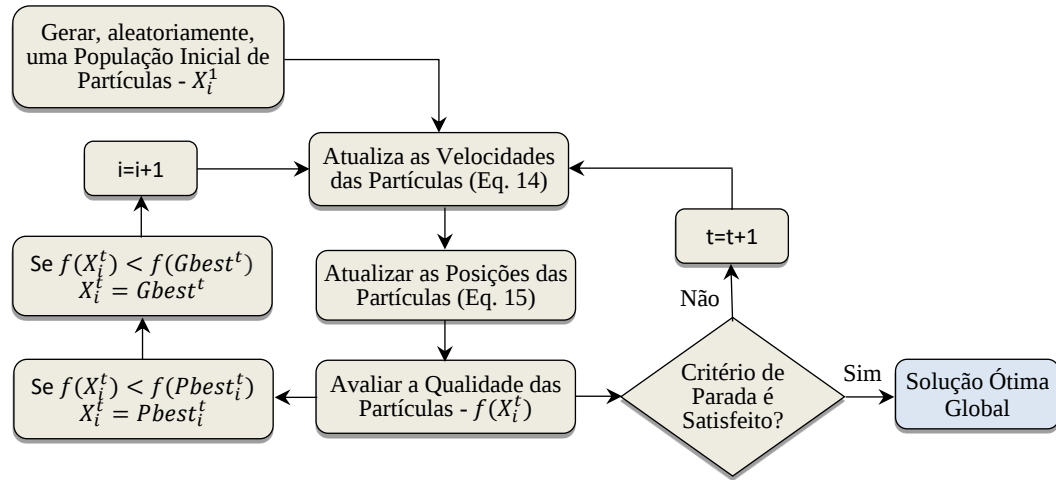


FIGURA 3: Fluxograma simplificado do algoritmo PSO (Adaptado de [76])

4. BREVE DESCRIÇÃO DO ALGORITMO PSO QUÂNTICO - QPSO

Com o intuito de melhorar a performance do PSO, os autores em [77], introduziram o conceito de partícula quântica no PSO, propondo um novo algoritmo de otimização com características quânticas, denominado de QPSO. Os resultados da pesquisa mostraram que o desempenho do QPSO superou o desempenho do PSO em várias funções de referência, concluindo que o novo algoritmo é promissor.

4.1. Dinâmica do algoritmo QPSO

Ao contrário do PSO, em que a posição (X_i^t) e a velocidade (V_i^t) estabelecem o estado de cada partícula, no QPSO o estado é estabelecido por uma função onda $\psi(X_i^t)$, regida pela equação de *Schrödinger* [78]. Essa mudança leva o comportamento dinâmico do QPSO a se afastar do comportamento exibido pelo PSO [77, 79].

Segundo [80, 81], a resolução da equação de *Schrödinger* resulta em uma função densidade de probabilidade, representada pela equação (17), onde L_i^t é o desvio padrão de uma distribuição exponencial dupla.

$$\psi(X_i^{t+1}) = (1/L_i^t)^{1/2} \cdot e^{(-|X_i^{t+1} - p_i^t|)/L_i^t} \quad (17)$$

De acordo com [80, 81], a função densidade de probabilidade $Q(X_i^{t+1})$, associada à função de onda $\psi(X_i^{t+1})$, na iteração $t + 1$, é caracterizada por uma função distribuição exponencial dupla, expressa pela equação iterativa (18). Assim, a correspondente função de distribuição de probabilidade - $F(X_i^{t+1})$ é definida pela equação iterativa (19).

$$Q(X_i^{t+1}) = |\psi(X_i^{t+1})|^2 = (1/L_i^t) \cdot e^{(-2|X_i^{t+1} - p_i^t|)/L_i^t} \quad (18)$$

$$F(X_i^{t+1}) = 1 - (1/L_i^t) \cdot e^{(-2|X_i^{t+1} - p_i^t|)/L_i^t} \quad (19)$$

4.2. Posições das partículas no QPSO

Segundo [80, 81], usando o método de simulação Monte Carlo, a posição de cada partícula X_i^{t+1} , na iteração $t + 1$, é obtida pela equação (20), onde u^t é um número aleatório uniformemente distribuído no intervalo $[0, 1]$. O valor de L_i^t é calculado com base na distância entre a posição atual (X_i^t) da partícula e a posição média das partículas (C^t), conforme ilustrado a equação iterativa (21).

$$X_i^{t+1} = p_i^t \pm (L_i^t/2) \cdot \ln(1/u^t) \quad (20)$$

$$L_i^t = 2\alpha |C^t - X_i^t| \quad (21)$$

O valor de C^t , também denominado de $Mbest^t$ em [81], representa a posição média das partículas, sendo obtida pela média das melhores posições das partículas ($Pbest_i^t$), como mostra a equação (22), onde Np é o tamanho do enxame (população).

$$Mbest^t = \frac{1}{Np} \sum_{i=1}^{Np} Pbest_i^t \quad (22)$$

Substituindo (21) em (20), é obtida a equação (23) que permite calcular a posição atualizada (X_i^{t+1}) de cada partícula, em função da posição atual, da melhor posição média e do ponto atrator local (p_i^t) [77, 80-82]. A equação

iterativa (23) demonstra que a distância entre a posição atual de uma partícula (X_i^t) e a posição média ($Mbest^t$) exerce influência direta sobre a posição da partícula na iteração seguinte.

$$X_i^{t+1} = p_i^t \pm \alpha |Mbest^t - X_i^t| \cdot \ln(1/u^t) \quad (23)$$

O parâmetro α , em (21) e (23), denominado de coeficiente de contração-expansão (CE) [80, 81], atua como controlador da velocidade de convergência do QPSO. No estudo [83], é proposto que o valor decresça de forma linear de α_1 até α_0 ($\alpha_0 < \alpha_1$), a cada iteração t , seguindo a equação (24). Também é recomendado que $\alpha_0 < 0,6$ e $0,8 \leq \alpha_1 \leq 1,2$, para que o algoritmo tenha um desempenho satisfatório. Em (24), T representa o número máximo de iterações.

$$\alpha^t = \alpha_0 + (\alpha_1 - \alpha_0)(T - t)/T \quad (24)$$

Conforme indicado em [79] e [84-86], a posição do ponto atrator (p_i^t) deve ser determinada com base na posição atual da melhor partícula individual ($Pbest_i^t$) e na posição da melhor partícula da população ($Gbest^t$), conforme ilustrado na equação (25).

$$p_i^t = (c_1 \cdot Pbest_i^t + c_2 \cdot Gbest^t) / (c_1 + c_2) \quad (25)$$

4.3. Ilustração dos Movimentos das Partículas no PSO e QPSO

Segundo [80], no QPSO, quando algumas partículas estão muito distantes da posição ótima global ($Gbest^t$) (chamadas de partículas atrasadas), elas podem afastar a posição média ($Mbest^t$) da posição $Gbest^t$. À medida que as partículas atrasadas convergem em direção da posição $Gbest^t$, a posição $Mbest^t$ também se aproxima gradualmente.

Esse processo impede que as partículas próximas a posição $Gbest^t$ não converjam rapidamente, permitindo que explorem melhor a região em torno da posição $Gbest^t$ até que todas as partículas para trás, ampliando a capacidade de busca global.

De acordo com [80], no PSO, a cada iteração, cada partícula se desloca de maneira autônoma em direção à posição $Gbest^t$, independentemente do movimento das outras, como mostra a Figura 4(a). A interferência das partículas atrasadas nas posições das demais é mínima, já que a única conexão entre elas é a posição ótima global ($Gbest^t$).

Caso as partículas atrasadas não encontrem posições melhores do que a posição $Gbest^t$, durante um número determinado de iterações, sua influência sobre as outras partículas será nula.

Já no QPSO, segundo [80], as partículas atrasadas têm uma influência mais significativa sobre as demais devido à $Mbest^t$. Dessa forma, as partículas próximas à posição $Gbest^t$ podem se deslocar em qualquer direção, como ilustrado na Figura 4(b). Entretanto, é mais provável que elas se movam em direção à posição $Gbest^t$, já que a tendência predominante dos movimentos das partículas é convergir para essa posição.

Na Figura 4(b), o círculo grande com fundo preto simboliza a partícula na posição ótima global ($Gbest^t$); os círculos pequenos com fundos azuis correspondem às demais partículas, e os círculos vermelhos representam as partículas atrasadas. As setas ao redor dos círculos azuis mostram as direções possíveis de movimentos das partículas, enquanto as setas pretas indicam a direção para qual as partículas se deslocam para $Gbest^t$ com maior probabilidade.

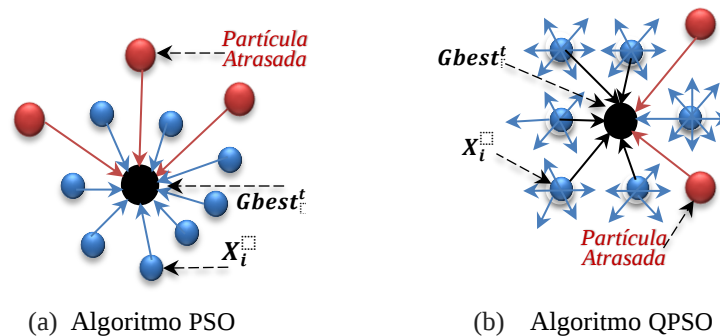


FIGURA4: Movimentos das partículas no PSO e QPSO (Adaptada de [80])

4.4. Fluxograma Simplificado do Algoritmo QPSO

O fluxograma da Figura 5 ilustra as etapas necessárias para implementação do algoritmo QPSO. Inicialmente uma população é gerada de forma aleatória, e a cada iteração, a posição média do enxame ($Mbest^t$) é determinada pela equação (22) e a posição de cada partícula (X_i^{t+1}) é atualizada pela equação (23).

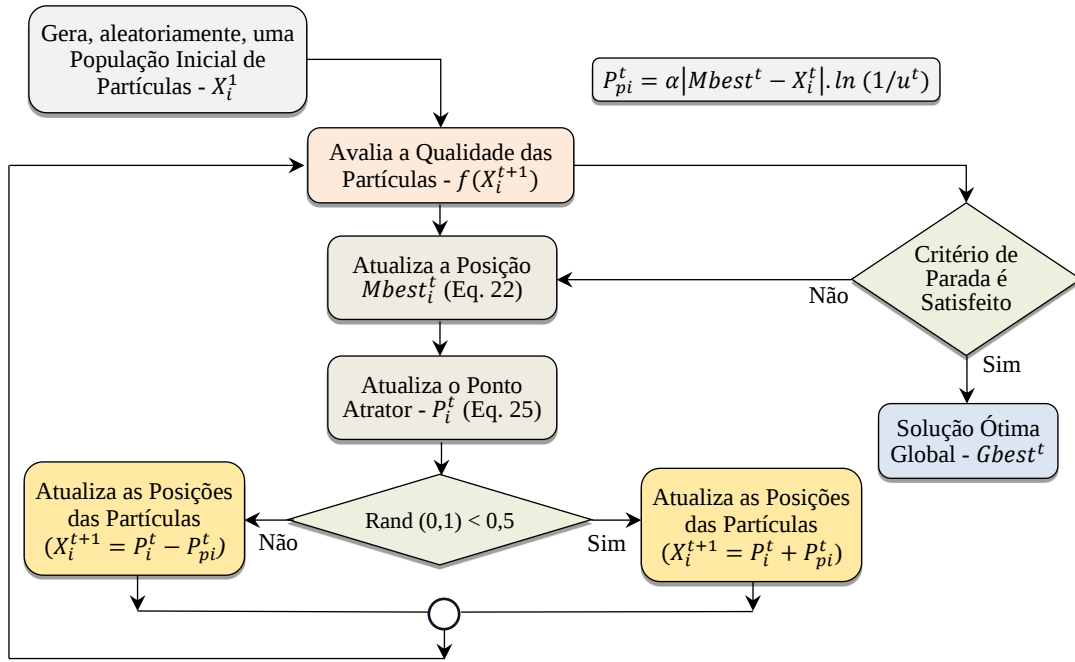


FIGURA 5: Fluxograma simplificado do algoritmo QPSO (Autoria própria)

5. BREVE DESCRIÇÃO DO ALGORITMO QPSO GAUSSIANO – GQPSO

No algoritmo QPSO os números aleatórios u_i^t da equação (23) são gerados por uma distribuição de probabilidade uniforme no intervalo $[0, 1]$. No QPSO Gaussiano – GQPSO [84, 86], os números aleatórios são gerados usando valores absolutos de uma distribuição de probabilidade Gaussiana com média zero e desvio padrão unitário - $\varphi = \text{abs}(N(0,1))$.

5.1. Posições das partículas no algoritmo GQPSO Gaussiano

Substituindo o gerador de números aleatórios uniformes (u_i^t) da equação (23) por um gerador de números aleatórios gaussianos (φ_i^t), os movimentos das partículas são determinados pela equação iterativa (26).

$$X_i^{t+1} = p_{\varphi i}^t \pm \alpha |Mbest^t - X_i^t| \cdot \ln(1/\varphi_i^t) \quad (26)$$

5.2. Coordenadas do ponto atrator

O ponto atrator local exerce uma função fundamental no funcionamento do algoritmo QPSO. Contudo, pode levar a sua convergência para soluções subótimas. A referência [80] sugeriu o uso de números aleatórios baseados em uma distribuição gaussiana, com média zero e variância unitária, para tratar esse problema. Esses números seriam usados como coeficientes estocásticos no QPSO.

Essa estratégia oferece um equilíbrio eficaz entre a alta probabilidade de gerar pequenas amplitudes próximas aos pontos atuais, favorecendo um ajuste mais preciso, e uma baixa probabilidade de ter amplitudes maiores, permitindo que as partículas se afastem do ponto atual e evitem ficar presas em pontos de mínimos locais [80].

Em [84], é utilizada a equação (27) para calcular as coordenadas de ($p_{\varphi i}^t$), onde $g_i^t = 0,25 \cdot \text{abs}(N(0,1))$. Porém, neste trabalho, é utilizada a equação (28), para definir as coordenadas do ponto atrator, onde c_1 e c_2 são constantes.

$$p_{\varphi i}^t = (\varphi_i^t \cdot Pbest_i^t + g_i^t \cdot Gbest^t) / (\varphi_i^t + g_i^t) \quad (27)$$

$$p_{\varphi i}^t = (c_1 \cdot \varphi_i^t \cdot Pbest_i^t + c_2 \cdot (1 - \varphi_i^t) \cdot Gbest^t) / (c_1 + c_2) \quad (28)$$

6. DESCRIÇÃO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTO

Esta seção descreve os principais módulos do otimizador proposto neste artigo para solucionar problemas de PERTe. A sua estrutura é semelhante a utilizada em [21, 71, 72], sendo que os algoritmos que geram as alternativas de expansão candidatas são substituídos pelo algoritmo GQPSO.

6.1. Principais módulos do algoritmo proposto

A Figura 6 mostra o fluxograma operacional simplificado do otimizador PERTe-GQPSO, composto de quatro fases: i) Fase de inicialização; ii) Fase de atualização; iii) fase de mutação; iv) fase de aceitação.

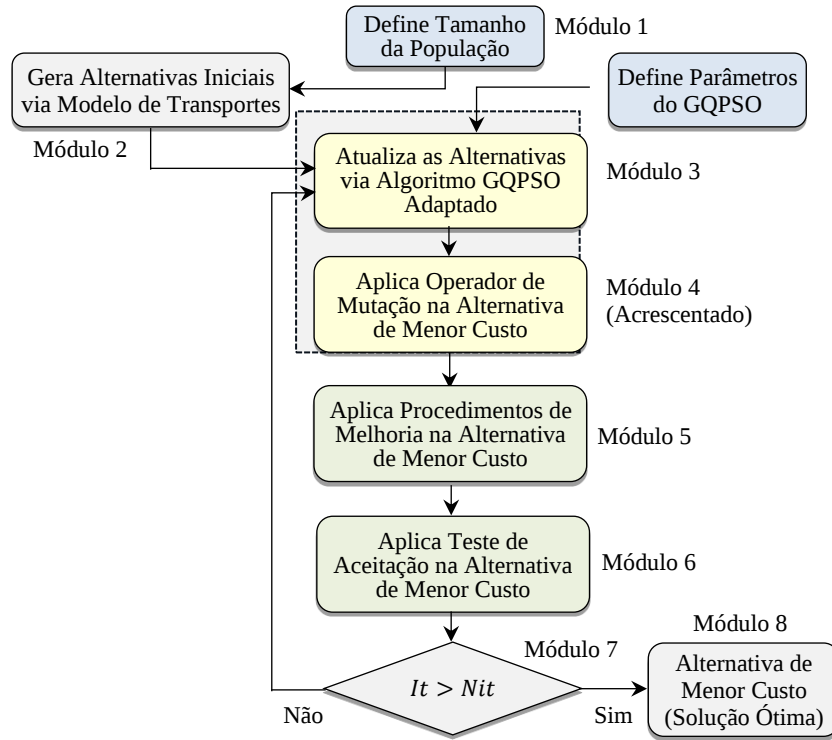


FIGURA 6: Fluxograma simplificado do otimizador PERTe-GQPSO (Autoria própria)

1) Módulo 1: Definição de parâmetros fixos

O objetivo deste módulo é definir os valores fixos que o otimizador PERTe-GQPSO necessita para funcionar: c_1 , c_2 , w_1 , w_2 , Nc , Np e Nit .

O autor desconhece a literatura sobre o estabelecimento do tamanho da população (Np) e o número máximo de iterações (Nit) é escassa. Definir o tamanho ideal para esses parâmetros é um desafio, já que, se forem muito pequenos, o algoritmo pode não explorar adequadamente o espaço de busca. Em contrapartida, se forem muito grandes, o tempo computacional necessário para encontrar a alternativa de menor custo pode aumentar significativamente.

Conforme apontado em [87], os tamanhos populacionais costumam variar entre 30 e 200 ($30 \leq Np \leq 200$). Com base nessas informações, neste artigo, os valores dos dois parâmetros são determinados com base do número de ramos (Nr) da rede elétrica, conforme mostra as equações (29) e (30).

$$Np \geq Nr \quad (29)$$

2) Alternativa de menor custo

Neste módulo são geradas Np alternativas de expansão candidatas iniciais - $Alt^1 = \{Alt_1^1, \dots, Alt_i^1, \dots, Alt_{Np}^1\}$ (31), onde cada alternativa (Alt_i^1) tem dimensão igual ao número de ramos da rede (Nr) e cada ramo pode conter até Nc circuitos.

$$Alt^1 = \begin{bmatrix} Alt_1^1 \\ \vdots \\ Alt_i^1 \\ \vdots \\ Alt_{Np}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{1,1}^1 & \cdots & n_{1,Nr}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ n_{i,1}^1 & \cdots & n_{i,Nr}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ n_{Np,1}^1 & \cdots & n_{Np,Nr}^1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

A primeira alternativa de expansão (Alt_1^1) é obtida a partir de um modelo de transportes, estruturado como um problema de programação linear (PPL), que leva em conta somente a primeira lei de Kirchhoff [7]. Assim, a alternativa Alt_1^1 é construída com base na topologia da rede original e no conjunto de circuitos candidatos definidos previamente. As demais ($Np - 1$) alternativas de expansão da população inicial são geradas com base na primeira alternativa (Alt_1^1), seguindo o procedimento empregado em [21] e [71, 72].

Como neste ponto já são conhecidas todas as alternativas de expansão iniciais (Alt_i^1), os seus respectivos custos - $v(Alt_i^1)$, são calculados pela equação (32), onde: $i = 1, 2, \dots, Np$ e $k = 1, 2, \dots, Nr$. A alternativa de menor custo da população inicial - $v(Alt_G^1)$ é selecionada pela equação (33).

$$v(Alt^1) = \begin{bmatrix} v(Alt_1^1) \\ \vdots \\ v(Alt_i^1) \\ \vdots \\ v(Alt_{Np}^1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(Alt_1^1) = \sum_{(1,k) \in \Omega_L} c_{1,d} \cdot n_{1,k} \\ \vdots \\ v(Alt_i^1) = \sum_{(i,k) \in \Omega_L} c_{i,d} \cdot n_{i,k} \\ \vdots \\ v(Alt_{Np}^1) = \sum_{(Np,k) \in \Omega_L} c_{Np,d} \cdot n_{Np,k} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$v(Alt_G^1) = \text{Min} \{v(Alt_1^1), \dots, v(Alt_i^1), \dots, v(Alt_{Np}^1)\} \quad (33)$$

3) Módulo 3: Atualização das alternativas e escolha da alternativa de menor custo

Este módulo atualiza, a cada iteração t , as soluções candidatas e determina qual delas apresenta o menor custo. As atualizações das alternativas e a identificação da alternativa de expansão de menor custo (Alt_G^t), são realizadas conforme a equação (34), que foi adaptada da equação (26), e a equação (35), respectivamente.

O operador *round* em (34) é usado para garantir que a quantidade de circuitos a ser adicionada em cada ramo da rede seja sempre um número inteiro. As equações (22), (24) e (27) determinam os valores das variáveis $Mbest^t$, α e $p_{\phi_i}^t$, respectivamente.

$$Alt_i^t = \text{round}(p_{\phi_i}^t \pm \alpha |Mbest^t - Alt_i^t| \cdot \ln(1/\phi_i^t)) \quad (34)$$

$$v(Alt_G^t) = \text{Min} \{v(Alt_1^t), \dots, v(Alt_i^t), \dots, v(Alt_{Np}^t)\} \quad (35)$$

4) Módulo 4: Mutação da alternativa de menor custo

Este módulo aplica um operador de mutação uniforme para alterar a quantidade de circuitos de alguns ramos da alternativa de menor custo (Alt_G^t), visando intensificar a busca local. O operador troca Ne elementos ($Ne = 0,10 \cdot \text{dim}$) dessa alternativa, resultando em uma nova alternativa de expansão, chamada de Alt_M^t . A mutação dos elementos de Alt_M^t é feita pelo seguinte código *Matlab*:

```
forkk = 1:round(Ne)
rp = randperm(size(Alt_G^t,2))
k = rp(1)
if rand ≥ 0.50 && (Alt_G^t(k) ≥ 1)
    Alt_G^t(k) = Alt_G^t(k) - 1
else
    Alt_G^t(k) = Alt_G^t(k) + 1
end if
end for
Alt_M^t = Alt_G^t
```

5) Módulo 5: Aplicação de procedimentos de melhoria da alternativa mutada

Neste módulo do otimizador PERTe-GQPSO, dois procedimentos de melhoria são aplicados à alternativa mutada de menor custo (Alt_M^t) para verificar se ela é inviável, ou seja, se apresenta corte de carga, ou se contém circuitos subutilizados. Como já mencionado, esses procedimentos foram utilizados na metodologia descrita em [21], que emprega o AGCB.

- Eliminação de infactibilidade (Corte de Carga)

Este procedimento é utilizado quando a alternativa mutada (Alt_M^t) possui corte de carga. A eliminação realizada pela inclusão de um conjunto de circuitos $\{n_{ij}^{IS}\}$, cuja seleção é feita pelo algoritmo heurístico construtivo (AHC), sugerido por Villasana-Garver-Salon (VGS) em [88].

Este AHC resolve um modelo híbrido linear que calcula o valor de um índice de sensibilidade, dado pela equação (36), para identificar os circuitos mais atrativos $\{n_{ij}^{IS}\}$. Após a conclusão da execução do AHC, chega-se a uma nova alternativa de expansão factível, chamada de (Alt_{VGS}^t), que é composta da união dos conjuntos $\{n_{ij}^M\} + \{n_{ij}^{IS}\}$.

$$IS_{ij} = \max \{n_{ij}^{IS} \cdot \bar{f}_{ij}\} \quad (36)$$

- Redução de custo

Este procedimento é utilizado quando a alternativa mutada (Alt_M^t) possui um ou mais circuitos adicionados com baixos níveis de carregamentos, os quais podem ser excluídos com o objetivo de diminuir seu custo e aumentar sua competitividade.

Para efetuar eliminação, os circuitos adicionados são todos classificados em ordem decrescente de custo e removidos individualmente, começando pelo circuito mais dispendioso. Se a exclusão de um determinado circuito não

provocar violações nos limites de carregamentos significa que ele é redundante, e é retirado da alternativa Alt_M^t , gerando uma nova alternativa de expansão denominada Alt_{VGS}^t .

6) Módulo 6: Inclusão da alternativa Alt_{VGS}^t na população

Tal como em [21, 71], no otimizador *PERTe(GQPSO)*, apenas uma alternativa da população atual (Alt_i^t) é substituída pela alternativa Alt_{VGS}^t , em cada iteração. A alternativa Alt_{VGS}^t substitui determinada solução da população (Alt_i^t) nas seguintes situações: i) quando elas apresentam configurações diferentes, ou seja, quando $Alt_{VGS}^t \neq Alt_i^t$ e ii) o custo da solução Alt_{VGS}^t é inferior ao custo da pior solução (Alt_W^t), ou seja, quando $v(Alt_{VGS}^t) < v(Alt_W^t)$.

7) Módulo 7: Parada das iterações

Neste módulo, é conferido o critério que determina quando as iterações devem parar, ou seja, verificar quando $it > Nit$. Se sim, a iteração é finalizada; caso contrário, o contador de iterações aumenta e uma nova iteração inicia no módulo 3.

8) Módulo 8: Apresenta a alternativa de menor custo

Este módulo apresenta a alternativa de menor custo (Alt_G^*), indicando o conjunto de circuitos $\{n_{ij}^*\}$ que a compõe, bem como o seu custo - $v(Alt_G^*)$.

7. VALIDAÇÃO DO ALGORITMO PROPOSTO

Para avaliar o potencial e a eficácia do otimizador *PERTe-GQPSO*, foram realizados cinco estudos de caso com dois sistemas amplamente reconhecidos na literatura especializada: o sistema IEEE 24 barras e o sistema reduzido da região Sul do Brasil (Sul 46 barras). A seguir, são discutidos os resultados alcançados.

O otimizador *PERTe-GQPSO* foi desenvolvido em linguagem Matlab R2008a e as simulações foram realizadas em um computador equipado com processador Intel® Core™ i5 e memória de 8 GB. A função *linprog* do Matlab foi utilizada para resolver os problemas de programação linear.

7.1. Sistema IEEE24 barras

Este sistema possui duas redes elétricas que operam nas tensões de 138 kV e 230 kV. Ele tem 24 barras ($Nb = 24$) e 41 ramos ($Nr = 41$) candidatos, sendo 34 existentes e 7 novos. A carga e a geração total é 8.550 MW. Quatro cenários de geração com diferentes despachos de potência ativa foram analisados [89]. Cada cenário inclui um total de 10 unidades geradoras. Os dados utilizados nas simulações foram:

- Número máximo de circuitos por ramo: $Nc = 3$.
- Número total de partículas: $Np > Nr = 50$.
- Número total de iterações: $Nit = 10 \times Np = 500$.

1) Resultados do cenário G1

Custo total das adições: US\$ 390 milhões.

Número de circuitos adicionados: 12

Circuitos adicionados: Representados por linhas vermelhas (Figura 6)

Instante da convergência: 81ª iteração (Figura 7)

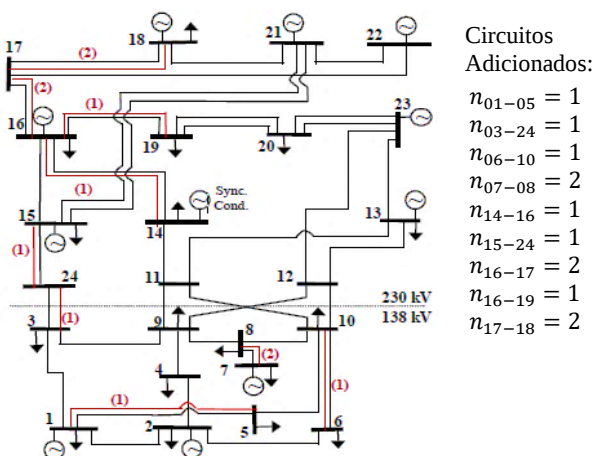


FIGURA 6: Sistema planejado para o Cenário G1 (Autoria própria)

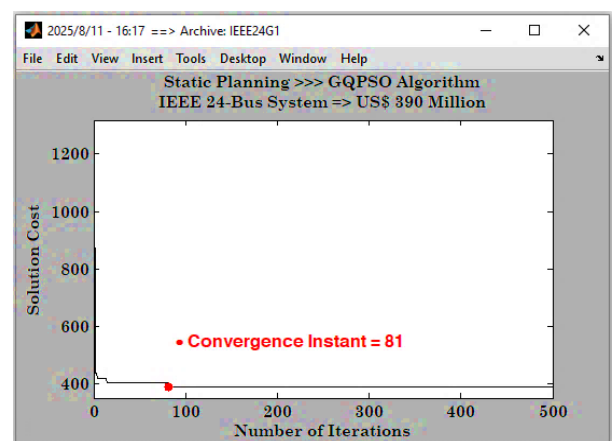


FIGURA 7: Evolução do custo – Cenário G1 (Otimizador *PERTe-GQPSO*)

2) Resultados do cenário G2

Neste cenário, os geradores conectados nas barras 1, 7, 13 e 21 (destacados por círculos verdes na Figura 8), apresentam valores diferentes do cenário G1. Os resultados obtidos pelo otimizador foram os seguintes:

- Custo total das adições: US\$ 392 milhões.
- Número de circuitos adicionados: 11
- Circuitos adicionados: Representados por linhas azuis (Figura 8).
- Instante da convergência: 78ª iteração (Figura 9).

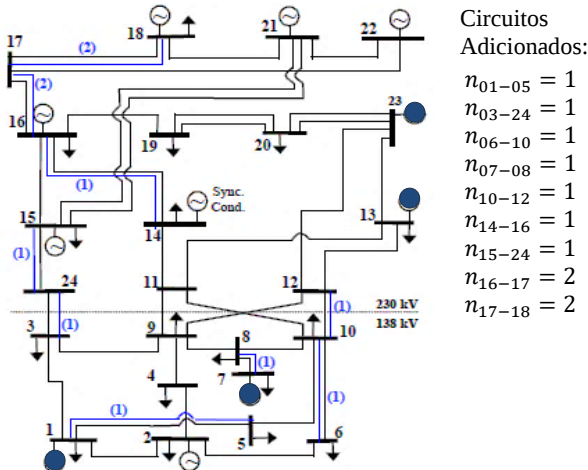


FIGURA 8: Sistema planejado para o Cenário G2 (Autoria própria)

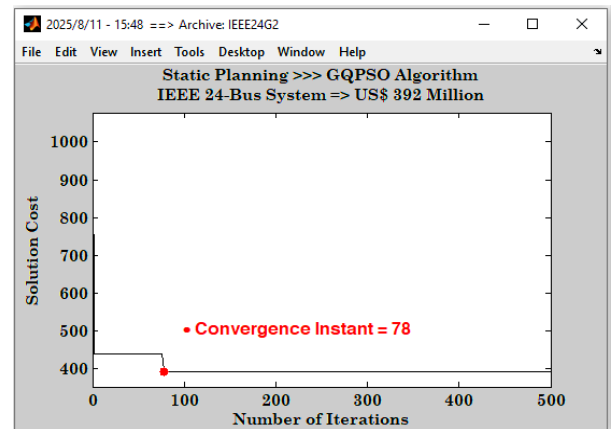


FIGURA 9: Evolução do custo – Cenário G2 (Otimizador PERTe-GQPSO)

3) Resultados do cenário G3

Neste cenário, os geradores conectados nas barras 13, 15, 16, 21 e 23 (indicados por círculos verdes na Figura 10), apresentam valores diferentes do plano G1. Os resultados obtidos pelo otimizador foram os seguintes:

- Custo total das adições: US\$ 218 milhões.
- Número de circuitos adicionados: 7
- Circuitos adicionados: Representados por linhas verdes (Figura 10).
- Instante da convergência: 23ª iteração (Figura 11).

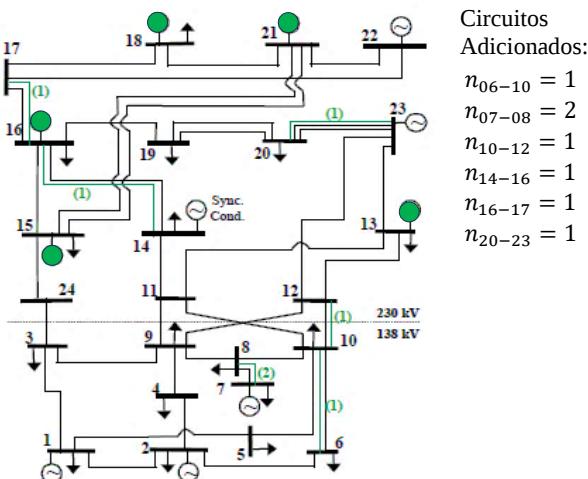


FIGURA 10: Sistema Planejado para o cenário G3 (Autoria própria)

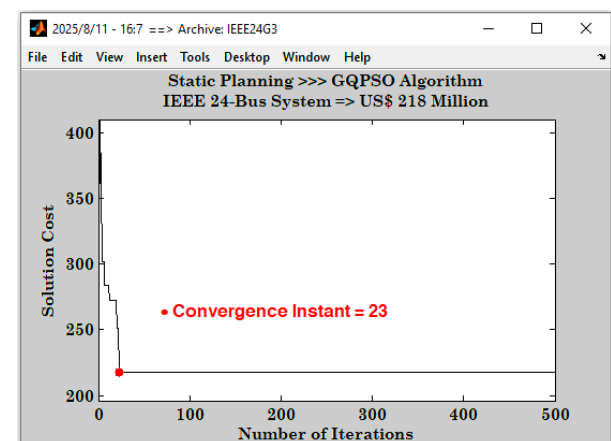


FIGURA 11: Evolução do Custo – Cenário G3 (Otimizador PERTe-GQPSO)

4) Resultados do cenário G4

Neste cenário, todos os geradores apresentam valores diferentes em relação ao cenário G1, com exceção do gerador conectado à barra 22 (realçado por um círculo preto na Figura 12). Os resultados obtidos pelo otimizador foram os seguintes:

- Custo total das adições: US\$ 342 milhões.
- Número de circuitos adicionados: 9
- Circuitos adicionados: Representados por linhas roxas (Figura 12).
- Instante da convergência: 342ª iteração (Figura 13).

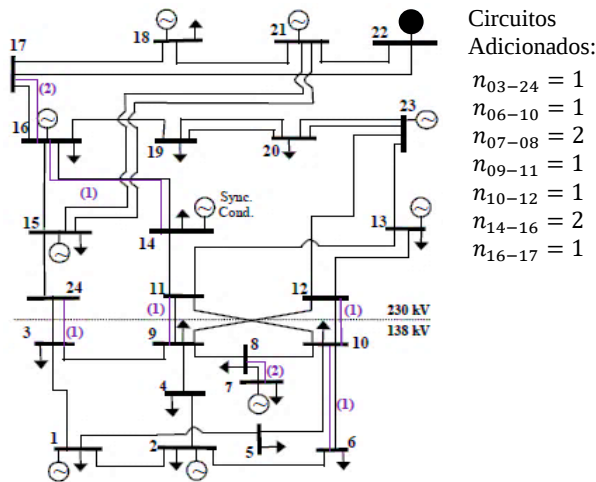


FIGURA 12: Sistema planejado para o Cenário G4 (Autoria própria)

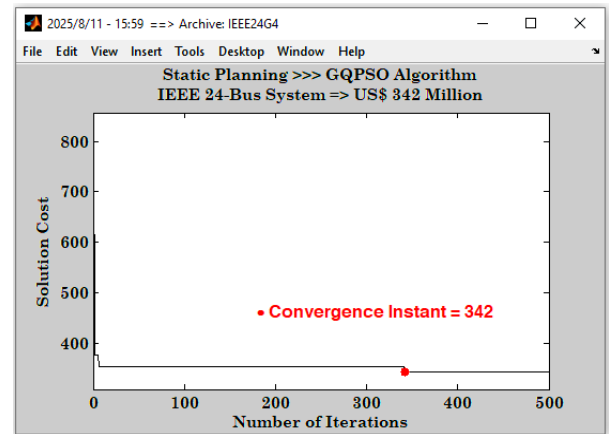


FIGURA 13: Evolução do custo – Cenário G4 (Otimizador PERTe-GQPSO)

5) Resumo dos resultados do sistema IEEE 24 barras

O otimizador encontrou as alternativas de menores custos para os cenários G1, G2 e G3, usando menos de 20% do limite estabelecido de 500 iterações. Ou seja, o otimizador trabalha de forma mais rápida nestes cenários do que no cenário G4, onde a alternativa de menor custo só foi alcançada após a 68,4% do total de iterações, como pode ser verificado na Tabela 3.

TABELA 3: Resumo dos resultados sistema IEEE (Autoria própria)

Cenário	PERTe _(GQPSO) (US\$ x10 ⁶)	Iterações e Porcentual	[89] (US\$ x10 ⁶)
G1	390	81 (16,2 %)	454
G2	392	78 (15,6 %)	451
G3	218	23 (4,6%)	292
G4	342	342 (68,4%)	376

Esses resultados ressaltam a importância de planejar a expansão da geração e da transmissão, pois mudanças nos despacho das unidades geradoras afetam a expansão da rede e influencia a escolha da alternativa de menor custo.

Os custos das quatro alternativas produzidas pelo algoritmo descrito em [89] são maiores do que os custos das alternativas de menores custos encontrados pelo otimizador PERTe-GQPSO, indicando que elas não são soluções ótimas. As quatro alternativas de menores custos, produzidas pelo otimizador, são idênticas às alternativas ótimas documentadas na literatura, conforme [90 - 97].

7.2. Sistema equivalente sul do Brasil 46 barras

Trata-se de um bom teste para o otimizador, uma vez que emprega uma configuração equivalente do sistema sul do Brasil. Inicialmente sugerido por [98], tem sido utilizado extensivamente desde então para validar diversos tipos de algoritmos desenvolvidos para solucionar problemas de PERTe.

A configuração inicial do sistema conta com 35 barras e 59 circuitos, distribuídos em um total de 46 ramos. Esta configuração está ilustrada na Figura 14, onde os circuitos são representados por linhas contínuas. Além disso, estão previstos 11 novas barras e 13 ramos extras, ampliando o sistema para 46 barras e 79 ramos candidatos a adições de novos circuitos, para atender uma demanda futura de 6.880 MW. Os dados das cargas, geradores e circuitos deste sistema de grande porte encontram-se disponíveis em [6,7,14].

1. Dados Utilizados na Simulação

- Número máximo de circuitos por ramo: $N_c = 3$.
- Número total de partículas: $N_p > N_r = 80$.
- Número total de iterações: $N_{it} = 10 \times N_p = 800$

2. Resultados Obtidos com o Otimizador

- Custo total das adições: US\$ 154.420 milhões. Esta solução foi obtida com método exato [6,13,15].
- Número de circuitos adicionados: 15
- Circuitos adicionados: Representados por linhas roxas (Figura 14).
- Instante da convergência: 136ª iteração (Figura 15).

A alternativa de menor custo obtida pelo otimizador PERTe-GQPSO corresponde a solução ótima conhecida na literatura, como pode ser confirmada nas referências [99-112].

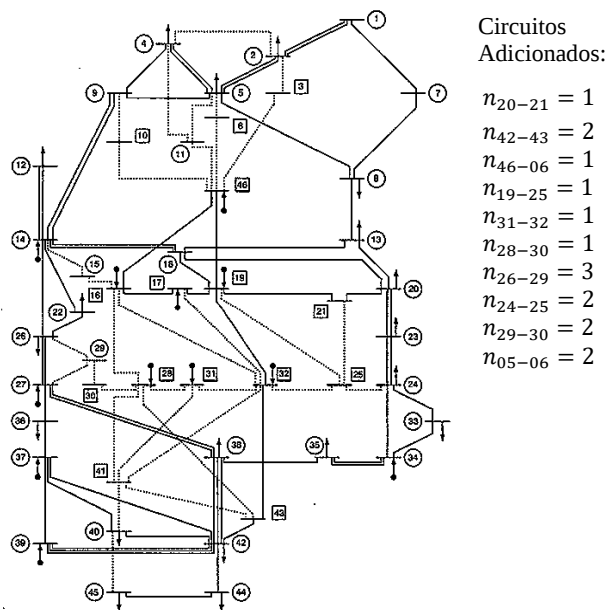


FIGURA 14: Configuração inicial e ramos candidatos do sistema equivalente sul do Brasil - [14]

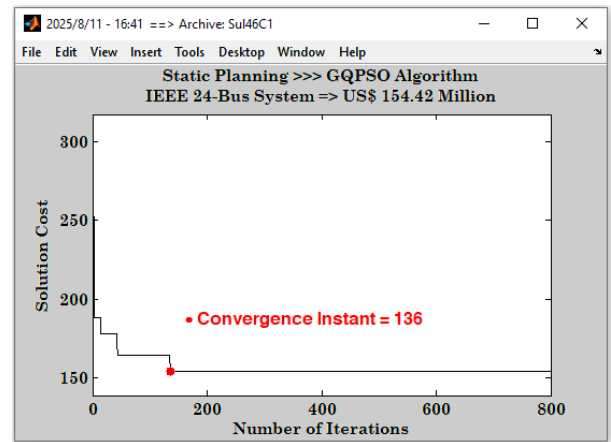


FIGURA 15: Evolução do custo do sistema equivalente sul do Brasil (Otimizador PERTe-GQPSO)

8. CONCLUSÕES

O presente trabalho descreveu o desenvolvimento de um otimizador para planejamento estático de redes de transmissão, baseado no modelo DC e em otimização heurística. O algoritmo combina uma versão gaussiana do algoritmo PSO quântico, com procedimentos de melhoria local, como a eliminação da infactibilidade e a redução de custos, ambos utilizados no algoritmo genético de Chu-Beasley. Além disso, inclui um operador de mutação que atua diretamente sobre a alternativa ótima em cada iteração, com o objetivo de acelerar convergência do algoritmo.

Em todos os cinco estudos de caso analisados, as alternativas ótimas foram encontradas com relativamente poucas iterações e baixos tempos de processamentos, demonstrando a rapidez de convergência do otimizador proposto.

A eficiência do otimizador foi comprovada no que diz respeito à quantidade de circuitos planejados e custos associados, uma vez que os conjuntos de circuitos planejados e os custos das soluções ótimas são equivalentes aos resultados obtidos por métodos exatos e outras metaheurísticas.

Com base nos resultados obtidos, conclui-se que o otimizador PERTe-GQPSO pode ser expandido para resolver problemas de PERTe com critério de segurança N-1 e problemas de PERTd.

REFERÊNCIAS

- [1] Latorre, G.; Cruz, R. D.; Areiza, J. M.; Villegas, A.: Classification of Publications and Models on Transmission Expansion Planning. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 18, No. 2, pp. 938-946, 2003.
- [2] Lee, C. W.; Simon, K. K. Ng.; Zhong, J; Wu; F. F.: Transmission Expansion Planning from Past to Future. IEEE PES Power Systems Conference, Exposition, pp. 257-265, 2006
- [3] Romero, R; Monticelli, A.; Garcia, A.; Haffner, S.: Test System and Mathematical Models for Transmission Network Expansion Planning. IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, Vol. 149, No. 1, pp.27-36, 2002.
- [4] Hemmati, R.; Hooshmand, R. A.; Khodabakhshian, A.: State-of-art of Transmission Expansion Planning: Comprehensive Review. Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 23, pp. 312-319, 2013.
- [5] Parker, B. J.; Watanabe, A.; Schilling, M. T.: Precisão do Modelo Linearizado de Fluxo de Potência para Simulação do Sistema Brasileiro. Eletrobrás, NT DEST, 1980.
- [6] Romero, R.; Monticelli, A.: A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, No. 1, pp. 373-379, 1994.
- [7] Romero, R.; Monticelli, A.; Garcia, A.; Haffner, S.: Test Systems and Mathematical Models for Transmission Network Expansion Planning. IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, Vol. 145, pp. 329-335, 1998.
- [8] Binato, S.; Pereira, M. V. F.; Granville, S.: A New Benders Decomposition Approach to Solve Power Transmission Network Design Problems. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 16, No. 2, pp. 235-240, 2001.

- [9] Silva, E. L.; Ortiz, J. M.; Oliveira, G. C.; Binato, S.: Transmission Network Expansion Planning Under a Tabu Search Approach. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 11, No. 16, pp. 62-68, 2001.
- [10] Romero, R.; Rider, M. J.; Silva, I. J.: A Metaheuristic to Solve the Transmission Expansion Planning. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 22, No. 4, pp.2289-2291, 2007.
- [11] Mendonça, I. M.: Identificação de Rotas Relevantes para o Planejamento Estático da Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica. Tese, Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, 2016.
- [12] Lee, S. T. Y.; Hocks, K. L.; Hnyilicza, H.: Transmission Expansion of Branch and Bound Integer Programing with Optimal Cost Capacity Curves: *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-93, pp. 1390-1400, 1970.
- [13] Rider, M. S.; Garcia, A. V.; Romero, R.: Transmission Expansion Planning by a Branch-and-Bound Algorithm. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Vol. 2, No. 1, pp. 90-99, 2008.
- [14] Haffner, S.; Monticelli, A.; Garcia, A.; Romero, R.: Specialized Branch-and-Bound Algorithm for Transmission Network Expansion Planning. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 148, No. 5, pp. 482-488, 2001.
- [15] Binato, S.; Pereira, M. V. F.; S. Granville: A New Benders Decomposition Approach to Solve Power Transmission Network Design Problems. *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 16, No. 2, pp. 235-240, 2001.
- [16] Lumberras, S.; Ramos, A.: How to Solve the Transmission Expansion Planning Problem Faster: Acceleration Techniques Applied to Benders Decomposition. *IET Generation, Transmission and Distribution*, No. 10, pp.2351-2359, 2016.
- [17] Dehghan, S.; Saboori, H.; Kazemi, A.; S. Jadid: Transmission Network Expansion Planning Using a DEA-Based Benders Decomposition. *18th Iranian Conference on Electrical Engineering*, pp. 955-960, 2010.
- [18] S. Manrique, Kida, A. A.; Alvarez, A.; Garcia, L.: Algoritmos Heurísticos Aplicados ao Planejamento de Redes de Transmissão. *XLVII SBPO Simpósio Brasileiro de Pesquisa de Operação*, pp. 1-11, 2015.
- [19] Monticelli, A.; Santos, A.; Pereira, M. V. F.; Cunha, S. H.; Parker, B. J.; Praça, J. C.: Interactive Transmission Network Planning Using a Least-effort Criterion. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No. 10, pp. 3919-3925, 1982.
- [20] Silva Junior, I. C.: Planejamento Estático da Expansão de Sistemas de Transmissão Utilizando um Novo Algoritmo Heurístico Construtivo. Dissertação, Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, 2003.
- [21] Silva, I. J.; Rider, M. J.; R. Romero, Murari, C. A.: Genetic Algorithm of Chu and Beasley for Static and Multistage Transmission Expansion Planning. *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, pp. 1-7, 2006.
- [22] Huanca, D. H.; Gallego, L. A.: Chu and Beasley Genetic Algorithm to Solve the Transmission Network Expansion Planning Problem Considering Active Power Losses. *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 19, No. 11, pp. 1967-1971, 2021.
- [23] Romero, R.; Gallego, R. A.; Monticelli, A.: Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 11, No. 1, pp. 363-369, 1996.
- [24] Al-Rashid, M. R.; El-Hawari, M. E.: A Survey of Particle Swarm Optimization Application in Electric Power Systems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 13, No. 4, 2009.
- [25] Kennedy, J.; Eberhart, K.: Particle Swarm Optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942-1948, 1995.
- [26] Ren, P.; Gao, L-Q; Li, N.; Li, Y.; Lin, Z-L.: Transmission Network Optimal Planning Using the Particle Swarm Optimization Method. *Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, pp.4006-4011, 2005.
- [27] Kavitha, D.; Swarp, K. S.: Transmission Expansion Planning using LP-Based Particle Swarm Optimization. *IEEE Power Indian Conference*, pp. 1-6, 2006.
- [28] Niu, D-X; Ling, Y-P; Zhao, Q.; Zao, Q-Y: An Improved Particle Swarm Optimization Method Based on Borderline Search Strategy for Transmission Network. *Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. pp. 2846-2850, 2006.
- [29] Jin, Y-X; Cheng, H-Z; Yan, J-Y; Zhang, L.: New Discrete Method for Particle Swarm Optimization and its Application in Transmission Network Expansion Planning. *Electric Power Systems Research*, No. 77, pp. 227-233, 2007.
- [30] Verma, A.; Panigrahi, B. K.; Bijwe, P. R.: Transmission Network Expansion Planning with Adaptive Particle Swarm Optimization. *World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing*, pp. 1099-1104, 2009.
- [31] Mahdavi, M.; Chayeghi, H.; Kazemi, A.: DCGA Based Evaluating Role of Bundle Lines in TNEP Considering Expansion of Substations from Voltage Level Point of View. *Energy Conversion and Management*, 50, pp. 2067-2073.
- [32] Shayeghi, H.; Mahdavi, M.; Bagheri, A.: Discrete PSO Algorithm Based Optimization of Transmission Lines Loading in TNEP Problem. *Energy Conversion and Management*, 51, pp. 112-121, 2010.
- [33] Mahdavi, M.; Monst, H.; Bagheri, A.: Transmission Lines Loading Using ADPSO Approach. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 4 (3), 2010.
- [34] Ren, P.; Li, N.: Optimal Expansion Planning Network Using the Composite Particle Swarm Optimization. *International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence*, pp. 170-173, 2010.
- [35] Shayeghi, H.; Mahdavi, M.; Bagheri, A.: An Improved DPSO with Mutation Based on Similarity Algorithm for Optimization of Transmission Lines Loading. *Energy Conversion and Management*, 51, pp. 2715-2723, 2010.
- [36] Jalilzadeh, S.; Kimiyaghalam, A.; Bagheri, A.; Ashouri, A.: Application of IDPSO Approach for TNEP Problem Considering Loss and Uncertainty in Load Growth. *International Congress on Ultra-Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops*, pp. 389-395, 2010.

- [37] Torres, S. P.; Castro, C. A.; Pringles, R. M.; Guaman, W.: Comparison of Particle Based Meta-heuristics for the Electric Transmission Network Expansion Planning Problem. IEEE Power and Energy Society General Meeting, pp. 1-7, 2011.
- [38] Rocha, M. C.; Saraiva, J. T.: Discrete Evolutionary Particle Swarm Optimization for Multiyear Transmission Expansion Planning. 17th Power Systems Computation Conference, pp. 1-7, 2011.
- [39] Eghbal, M.; Saha, T. K.; Hasan, K. N.: Transmission Expansion Planning by Meta-heuristic Techniques: A Comparison of Shuffles Frog Leaping Algorithm, PSO and GA. IEEE Power and Energy Society General Meeting, pp. 1-8, 2011.
- [40] Torre, S. P.; Castro, C. A.: Parallel Particle Swarm Optimization Applied to the Static Transmission Expansion Planning Problem. 6th IEEE/PES Transmission and Distribution. Latin America Conference and Exposition, pp. 1-6, 2012.
- [41] Mahdavi, M.; Bagheri, A.; Mahdavi, E.: Comparing Efficiency of PSO with GA in Transmission Expansion Planning Considering Adequacy. WSEAS Transactions on Power Systems, Vol. 7, No. 1, pp. 34-43, 2012.
- [42] Murugan, P.: Modified Particle Swarm Optimization with a Novel Initialization for Finding Optimal Solution to the Transmission Expansion Planning Problem. IET Gener. Transm. Distrib. Vol. 6, No. 11, pp. 1132-1142, 2012.
- [43] Rocha, M. C.; Saraiva, J. T.: A Multiyear Dynamic Transmission Expansion Planning Model Using a Discrete Based EPSO Approach. Electrical Power Systems Research, 93, pp. 83-92, 2012.
- [44] Rocha, M. C.; Saraiva, J. T.: Transmission Expansion Planning - A Multiyear Dynamic Approach Using a Discrete Evolutionary Particle Swarm Optimization Algorithm. 2nd European Energy Conference, 33, pp. 1-14, 2012.
- [45] Cristian, D.; Simo, A.; Barbulescu, C.; Kilyeni, S.: PSO Based Transmission Network Expansion. 48th International Universities Power Conference, pp. 1-6, 2013.
- [46] Zhang, C.; Ding, Y.; Wu, Q.; Ostergaard, J.: Distribution Network Expansion Planning Based on Multi-Objective PSO Algorithm. Energy and Power Engineering, 5, pp. 975-979, 2013.
- [47] Zarinitabar, A.; Abdi, H.; Fattahi, H.: Transmission Expansion Planning Based PSO. Indian Journal of Research, Vol. 7, pp. 54-62, 2013.
- [48] Rocha, M. C.; Saraiva, J. T.: Transmission Expansion Planning – A Multiyear PSO Approach Considering Load Uncertainties. IEEE Grenoble Conference, pp. 1-6, 2013.
- [49] Rocha, M. C.; Saraiva, J. T.: A Discrete Evolutionary PSO Based Approach to the Multiyear Transmission Expansion Planning Problem Considering Demand Uncertainties. Electrical Power and Energy Systems, 45, pp. 427-442, 2013.
- [50] Simo, A.; Barbulescu, C.; Kilyeni, S.; Deacu, A.: PSO Based Transmission Network Expansion. 17th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, pp. 520-525, 2014.
- [51] Mendonça, I. M.; Silva Junior, I. C.; Marcato, A. L. M.: Static Planning of the Expansion of Electrical Energy Transmission Systems Using Particle Swarm Optimization. Electrical Power and Energy Systems, 60, pp. 234-244, 2014.
- [52] Kamyab, G-R.; Fotuhi-Firuzabad, M.; Rashidinejad, M.: A PSO Based Approach for Multi-stage Transmission Expansion Planning in Electricity Markets. Electrical Power and Energy Systems, 54, pp. 91-100, 2014.
- [53] Kilyeni, S.T.; Barbulescu, C.; Cristian, P. D.; Solomonesc, F.; Oros, C.: Transmission Network Expansion Planning Based on Artificial Intelligence Methods. Journal of Sustainable Energy, Vol. 5, No. 2, pp. 1-6, 2014.
- [54] Sarrafan, E.: Application of Particle Swarm Optimization for Transmission Network Expansion Planning with Security Constraints. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology 7 (13), pp. 2605-2611, 2014.
- [55] Resende, A. S.: Particle Swarm Optimization Aplicada ao Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão. Tese, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 161 p, 2014.
- [56] Gomes, P. V.; Saraiva, J. T.: Static Transmission Expansion Planning Using Heuristic and Metaheuristic Techniques, IEEE Eindhoven Power Tech, pp. 1-6, 2015.
- [57] Astuty, T. H.: Novel Binary PSO Algorithm Based Optimization of Transmission Expansion Planning Considering Power Losses. International Conference on Innovation in Engineering and Vocational Education, 128, pp. 1-8, 2016.
- [58] Gomes, P. V.; Saraiva, J. T.: Hybrid Discrete Evolutionary PSO for AC Dynamic Transmission Expansion Planning. IEEE International Energy Conference, pp. 1-6, 2016.
- [59] Warudkar, M. Y.; Jape, M. V.: Particle Swarm Optimization Based Transmission Expansion Planning. International Conference on Electronics, Communication and Aerospace Technology, pp. 341-345, 2017.
- [60] Fathy, A. A.; Elbages, M. S.; R. EL-Sehiemy, A.; Bendary, F. M.: Static Transmission Expansion Planning for Realistic Network in Egypt. Electric Power Systems Research, 151, pp. 404-418, 2017.
- [61] Mahdavi, M.; Bagheri, A.: BPSO Applied to TNEP Considering Adequacy Criterion. American Journal of Neural Networks and Applications, 4 (1), pp. 1-7, 2018.
- [62] Indira, K.; Rao, B. S.: Transmission Expansion Planning Considering Wind Energy Conversion Systems Using PSO. International Journal of Engineering and Advanced Technology, Vol. 8, No. 6S3, pp. 761-766, 2019.
- [63] Ledezma, L.; Alcaraz, G.: Hybrid Binary PSO for Transmission Expansion Planning Considering N-1 Security Criterion. IEEE Latin America Transactions, Vol. 18, No. 3, pp.545-553, 2020.
- [64] Mehroliya, S.; Tomar, S.; Arya, A.; Kuma, Y.: A Novel Hybrid GA-PSO-Based Optimization of Transmission & Expansion Planning. Original Research, Vol. 4, No. 690, pp. 1-6, 2023.
- [65] Inyanga, F. E.; Muisyo, I. N.; Kaberere, K.K.: Static Transmission Network Expansion Planning Considering Voltage Limits. IEEE AFRICON Conference, pp. 1-6, 2023.

- [66] Inyanga, F. E.; I. N. Muisyo, K.K. Kaberere: Optimization of Transmission Network Expansion Planning Using Binary Particle Swarm Optimization Algorithm. *Bulletin of Electrical Engineering and Informatics*, Vol. 14, No. 2, pp. 861-873, 2025.
- [67] Sun, J.; Xu, W.; Feng, B.: A Global Search Strategy of Quantum-Behavior Particle Swarm Optimization. *Proceedings of the IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems*, pp. 111-116, 2004.
- [68] Costa Filho, R. D.; Paucar, V. L.: Robust Coordinated Design of AVR+PSS Using Quantum Particle Swarm Optimization. *Journal of Engineering and Technology for Industrial Applications*, Vol. 6, No. 24, pp.15-20, 2020.
- [69] Coelho, L. S.: Novel Gaussian Quantum-Behaved Particle Swarm Optimizer Applied to Electromagnetic Design. *IET Science, Measurement & Technology*, Vol. 1, No. 5, pp. 290-294, 2007.
- [70] Coelho, L. S.: Gaussian Quantum-Behavior Particle Swarm Optimization Approaches for Constrained Engineering Design Problems. *Expert Systems with Applications*, Vol. 37, No. 2, pp. 1676-1683, 2010.
- [71] Barros, J. R. P.; Barros, D. A.: Modified Bat Algorithm for Transmission Network Expansion Planning. *Journal of Engineering and Technology for Industrial Application - JETIA*, Vol. 9, No. 39, pp. 19-32, 2023.
- [72] Barros, J. R. P.; Barros, D. A.: Transmission Network Expansion Planning Considering Security Constraints via African Buffalo Algorithm. *Journal of Engineering and Technology for Industrial Application - JETIA*, Vol. 8, No. 33, pp. 44-52, 2022
- [73] Yang, X.-S.: A New Metaheuristic Bat-Inspired Algorithm. *Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization*, Vol. 284, pp. 65-74, 2010.
- [74] Shi, Y.; Eberhart, R.: A Modified Particle Swarm Optimization. *Proceedings of the IEEE Conference on Evolutionary Computation*, pp. 69-73, 1998.
- [75] Clerc, M.; Kennedy, J.: The Particle Swarm: Explosion, Stability and Convergence in a Multidimensional Complex Space. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, pp. 58-73, 2002.
- [76] Somvir, P. K.: Network Reconfiguration of Distribution System Using Particle Swarm Optimization. *International Journal of Engineering and Computer Science*, Vol. 5, No. 8, pp. 1739-17374, 2016.
- [77] Sun, J.; Feng, B.; Xu, W.: Particle Swarm Optimization with Particles Having Quantum Behavior. *Proceedings Congress on Evolutionary Computation*, pp. 325-331, 2004.
- [78] Levin, F. S.: *An Introduction to Quantum Theory*, Cambridge University Press, 2002.
- [79] Sun, J.; Xu, W.; Feng, B.: A Global Search Strategy of Quantum-Behavior Particle Swarm Optimization. *Proceedings of the IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems*, pp. 111-116, 2004.
- [80] Sun, J.; Fang, W.; Palade, V.; Xu, W.; Xu, W.: Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization with Gaussian Distributed Local Attractor Point. *Applied Mathematics and Computation*, 218, pp. 3763-3775, 2011
- [81] Sun, J.; Xu, W.; Feng, B.: Adaptive Parameter Control for Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization on Individual Level. *IEEE International Conference Systems, Man, Cybernetics*, pp. 3049-3054, 2005.
- [82] Liu, A. J.; Xu, W.; Sun, J.: Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization with Mutation Operator. *Proceedings 17th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence*, 2005.
- [83] Sun, J.; Fang, W.; Wu, X. J.; Palade V.; Xu, W. B.: Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization Algorithm: Analysis of the Individual Particle's Behavior and Parameter Selection. *Evolutionary Computations*, Vol. 20, No.3, 2012.
- [84] Coelho, L. S.: Novel Gaussian Quantum-Behavior Particle Swarm Optimizer Applied to Electromagnetic Design. *IET Science. Measurement & Technology*, Vol. 1, No. 5, pp. 290-294, 2007.
- [85] Coelho, L. S.; Alloto, P.: Global Optimization of Electromagnetic Devices Using an Exponential Quantum-Behaved Particle Swarm Optimizer. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 44, No. 6, pp.1074-1077, 2008
- [86] Coelho, L. S.: Gaussian Quantum-Behavior Particle Swarm Optimization Approaches for Constrained Engineering Design Problems. *Expert Systems with Applications*, 37, pp. 1676-1683, 2010.
- [87] Lee, K. Y.; El-Sharkawi, M. A: *Modern Heuristic Optimization Techniques - Theory and Applications to Power Systems*. Wiley - IEEE Press, pp. 25-42, 2008.
- [88] Villasana, R.; Garver, L. L.; Salon, S. J.: Transmission Network Planning Using Linear Programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 104, No. 2, pp. 349-356, 1985.
- [89] Fang, R.; Hill, D. J.: A New Strategy for Transmission Expansion in Competitive Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No. 1, pp. 374-380, 2003.
- [90] Romero, R.; Rocha, C.; Mantovani, J. R. S.; Sanches, I. G.: Constructive Heuristic Algorithm for the DC Model in Network Transmission Expansion Planning. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 152, pp. 277-282, 2005.
- [91] Resende, A. S.: *Particle Swarm Optimization Aplicada ao Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão*. Tese, Universidade Estadual Paulista - UNESP, 2014.
- [92] Torres, S. P.; Castro, C. A.: Parallel Particle Swarm Optimization Applied to the Static Transmission Expansion Planning problem. *Transmission and Distribution, Latin America Conference and Exposition*, pp. 1-6, 2012.
- [93] Rathore, C.; Roy, R.; Sharma, U.; Patel, J.: Artificial Bee Colony Algorithm Based Static Transmission Expansion Planning. *International Conference on Energy Efficient Technology for Sustainability*, pp. 1126-1131, 2013.
- [94] Orfanos, G. A; Anastopoulou, A. G.; Georgilakis, P. S.; Hatziaargyriou, N. D.: Static Transmission Expansion Planning Under Improved Harmony Search Algorithm. *Mediterranean Conference on Power Generation, Transmission and Distribution and Energy Conversion*, pp. 1-6, 2012.
- [95] Sanchez, I. G.; Romero, R.; Mantovani, J. R. S.; Rider, M. J.: Transmission Expansion Planning Using DC Model and Nonlinear-Programming Technique. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings*, Vol. 152, No. 6, pp. 763-769, 2005.

- [96] Lima, A. A.: Análise e Implementação de um Algoritmo de Busca Dispersa para o Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão. Dissertação UNESP, 2012.
- [97] Souza, A. S.; Asada, E. N.: A Heuristic Method Based on the Branch and Cut Algorithm to the Transmission System Expansion Planning Problem. IEEE Power and Energy Society General Meeting, pp. 1-6, 2011.
- [98] Monticelli, A.; Junior, A. S.; Pereira, M. V. F.; Cunha, S. H.; Parker, B. J.; Praça, J. C. G.: Interactive Transmission Network Planning Using a Least-Effort Criterion. IEEE Transaction on PAS, Vol. 101, No. 10, pp. 3919-3925, 1982.
- [99] Souza, A. S.; Asada, E. N.: A Heuristic Method Based on the Branch and Cut Algorithm to the Transmission System Expansion Planning Problem. IEEE Power and Energy Society General Meeting, pp. 1-6, 2011.
- [100] Silva, E. L.; Gil, H. A.; Areiza, J. M.: Transmission Network Expansion Planning Under an Improved Genetic Algorithm. IEEE Trans. On Power Sys., Vol. 3, No. 15, pp. 1168-1175, 2000.
- [101] Barros, J. R. P.; Silva Jr., I. J.; Melo, A. C. G.; Moulin, L. S.: Transmission Expansion Planning via Genetic Algorithm and Reliability Marginal Costs. IX Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, pp. 1-12, 2009.
- [102] Gallego, R. A.; Romero, R.; Monticelli, A.: Tabu Search Algorithm for Network Synthesis. IEEE Trans. on Power Sys., Vol. 2, No. 15, pp. 490-495, 2000.
- [103] Silva, E. L.; Ortiz, J. M. A.; Oliveira, G. C.; Binato, S.: Transmission Network Expansion Planning Under a Tabu Search Approach. IEEE Trans. on Power Sys., Vol. 11, No. 16, pp. 62-68, 2001.
- [104] Faria Jr., H.; Binato, S.; Resende, M. G. C.; Falcão, D. M.: Power Transmission Planning Network Design by a Greed Randomized Adaptive Path Relinking Approach. IEEE Trans. on Power Sys., Vol. 1, No. 20, pp. 43-49, 2005.
- [105] Romero, R.; Gallego, R. A.; Monticelli, A.: Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing. IEEE Trans. on Power Sys. Vol. 1, No. 11, pp. 364-369, 1996.
- [106] Romero, R.; Alves, A. B.; Monticelli, A.; R. Romero: Parallel Simulated Annealing Applied to Long Term Transmission Network Expansion Planning. IEEE Trans. on Power Sys. Vol. 12, No. 1, pp. 181-188, 1997.
- [107] Limsakul, P.; Pothiya, S.; Leeprechanon, N.: Application of Ant Colony Optimization to Transmission Network Expansion Planning with Security Constraint. 8th Int. Conference on Advances Power System Control, Operation and Management, pp. 1-6, 2009.
- [108] Meymand, M. Z.; Rashidinejad, M.; Khorasani, H.; Rahmani, M.; Mahmoudabadi, A.: An Implementation of Modified Scatter Search Algorithm to Transmission Expansion Planning. Turk. J. Elec. Eng. and Comp. Sci., Vol. 20, No. 1, pp. 1206-1219, 2012.
- [109] Verma, A.; Panigrahi, B. K.; Bijwe, P. R.: Harmony Search Algorithm for Transmission Network Expansion Planning. IET Gen. Transmission and Distribution, Vol. 6, No. 4, pp. 663-673, 2010.
- [110] Barros, J. R. P.; Melo, A. C. G.: Adaptation of the Gravitational Search to Solve the Transmission Expansion Planning Problem. XII Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, pp. 1-6, 2014.
- [111] Duki, E. A.; Mansoorkhani, H. A.; Soroudi, A.; Ehsan, M.: A Discrete Imperialist Competition Algorithm for Transmission Expansion Planning. 25th International Power System Conference, pp. 1-10, 2010.
- [112] Neves, P. S.: Expansão Estática de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica Via FPA. Dissertação, Universidade Federal de Juiz de Fora– UFJF, 2017.