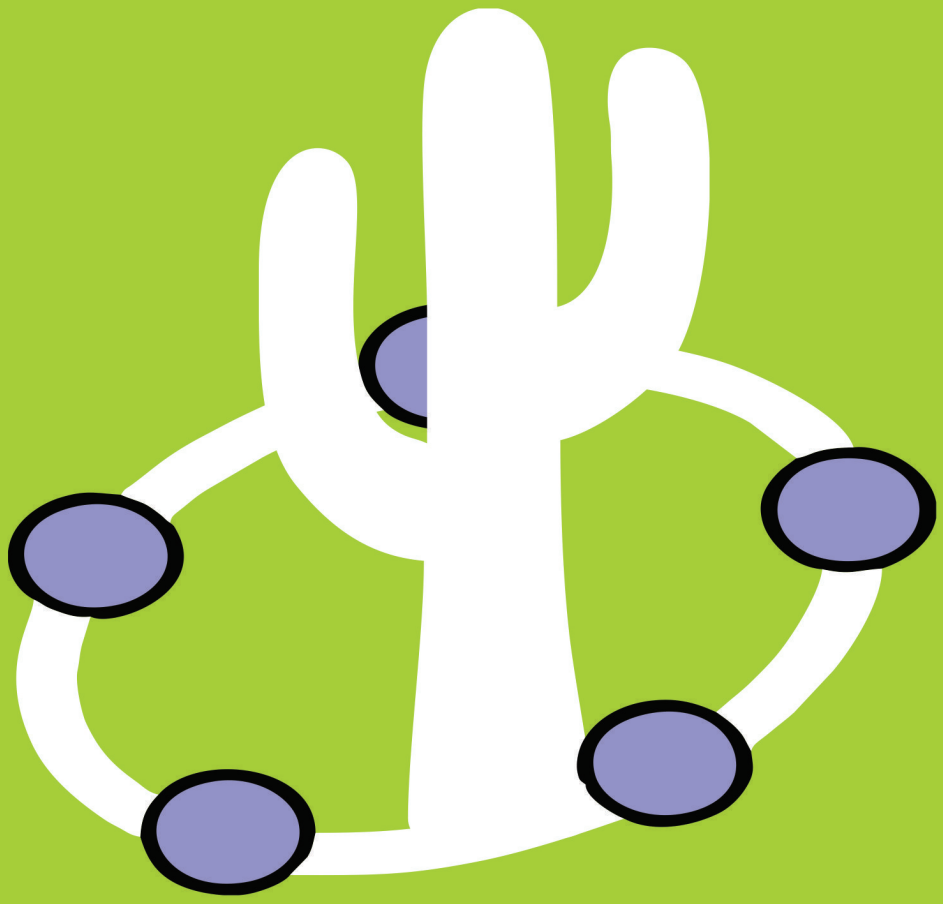
ISSN 2447-8318
Volume 2 - Número 1 - 2021
DOI revista: https://doi.org/10.21708/ISSN24478318
DOI número: https://doi.org/10.21708/ISSN24478318.v2.n1.2021

Revista Instituto GeoGebra Internacional do Rio Grande do Norte



REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA
INTERNACIONAL DO RIO GRANDE DO NORTE

EDITORES-CHEFE
Ricardo Antônio Faustino da Silva Braz (UFERSA)
Fredy Enrique González (UFRN)

COMITÊ EXECUTIVO
Arianne Vellasco Gomes (ESEBA/UFU)
Carlos Bino de Souza (IFPE/Campus Pesqueira)
João Maria de Castro Pontes (Polo UAB – Natal)
José Genilson da Costa (IGI-RN)
Kézia Cristiane de Mendonça Pereira (IGI-RN)
Miquéias Rodrigues Barbosa (IGI-RN)

CONSELHO CIENTÍFICO
Maria das Neves Pereira (UFERSA)
Marcus Bessa de Menezes (UFCG/Campus Sumé)
Emília de Mendonça Rosa Marques (UNESP)
Mayara Larrys Gomes de Assis Nogueira (UFPA)
Érika Maria Chioca Lopes (FAMAT/UFU)
Aguinaldo Robinson de Souza (UNESP)
Francisco de Oliveira Neto (UFRN)
Yuri Barbosa Soares da Silva (UFCG)

DESIGNER EDITORIAL
Handressa Câmara de Almeida Braz (UNP)

SUMÁRIO

EDITORIAL.....i

PROPOSTA INVESTIGATIVA PARA O ESTUDO DAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA.....1
Miquéias R. Barbosa, Kézia C. de M. Pereira, Luciano X. G. da Nóbrega, Ricardo A. F. da S. Braz.

GEOGEBRA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL NA PERSPECTIVA DA AÇÃO MEDIADA 17
Rodrigo D. de Lucas, Aguinaldo R. de Souza, Emília de M. R. Marques, Arianne V. Gomes.

REPRESENTAÇÕES E RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES 2 x 2 COM INSTRUMENTOS MANUAIS E COM O SOFTWARE GEOGEBRA.....37
Kézia C. de M. Pereira, Miquéias R. Barbosa, Emanuel G. Lourenço, Ricardo A. F. da S. Braz.

Editorial

A Revista do Instituto GeoGebra Internacional do Rio Grande do Norte (IGI-RN), ISSN 2447-8318, de periodicidade semestral, é uma publicação eletrônica no portal de periódicos da Universidade Federal Rural do Semi-Árido / UFERSA, Brasil.

De acesso livre, tem por objetivo oferecer um espaço para divulgação e circulação de pesquisas e trabalhos desenvolvidos com o uso da Plataforma GeoGebra. Essa edição especial da revista de 2021 apresenta três artigos fruto dos encontros promovidos pelo Grupo de Pesquisa Plataforma GeoGebra no Ensino de Matemática e Tecnologias.

No primeiro artigo "Proposta Investigativa para o Estudo das Relações Trigonométricas Utilizando o Software GeoGebra", os autores Miquéias Barbosa, Kézia Cristiane, Luciano Xavier e Ricardo Braz, apresentam uma proposta de aula que ocorreu em uma escola estadual do município de Natal/RN, com alunos da segunda série do ensino médio, abordando conteúdos matemáticos da trigonometria: seno, cosseno e tangente. Diante dessa proposta constatamos que através do uso da Plataforma GeoGebra houve uma melhora significativa na participação dos estudantes nas atividades desenvolvidas.

No segundo artigo "GeoGebra para o Ensino de Função Polinomial na Perspectiva da Ação Mediada", os autores Arianne Vellasco, Rodrigo Dantas, Emília Marques e Aguinaldo Robson, apresentam um trabalho desenvolvido com os estudantes do primeiro período da licenciatura em matemática, no qual, buscou-se a produção de significados através do desenvolvimento de uma sequência didática utilizando a Plataforma GeoGebra.

No terceiro artigo "Representações e Resolução de Sistemas Lineares $2 \, x \, 2$ com Instrumentos Manuais e com o Software GeoGebra", os autores Kézia Cristiane, Miquéias Barbosa, Emanuel Lourenço e Ricardo Braz, apresentam uma proposta de aula que abordou o conteúdo de resolução de sistemas lineares do tipo 2x2 baseada nos subsídios da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval.

Cordialmente, expressamos nossos agradecimentos a todos e todas que contribuíram para que pudéssemos publicar esse volume da revista baseada em aspectos da produção acadêmica para a Educação Matemática.

Ricardo Antônio Faustino da Silva Braz - Editor

REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA
INTERNACIONAL DO RIO GRANDE DO NORTE

PROPOSTA INVESTIGATIVA PARA O ESTUDO DAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA

MIQUÉIAS RODRIGUES BARBOSA [1]
KÉZIA CRISTIANE DE MENDONÇA PEREIRA [2]
LUCIANO XAVIER GOMES DA NÓBREGA[3]
RICARDO ANTÔNIO FAUSTINO DA SILVA BRAZ[4]

RESUMO

Neste artigo, foram analisados os resultados oriundos de uma aula inédita, onde foi utilizado o software GeoGebra como recurso tecnológico e cuja utilização teve o propósito de auxiliar na construção de conceitos matemáticos. A referida aula ocorreu em uma escola estadual no município de Natal/RN em uma turma da 2ª série do ensino médio composta por 24 alunos. A aula inédita foi desenvolvida a partir de uma sequência didática investigativa. Os assuntos abordados nessa aula foram relações trigonométricas: seno, cosseno e tangente. Esse tema se apresenta como conteúdo matemático bastante útil na resolução de problemas do cotidiano e no exercício de algumas atividades profissionais. A escolha pelo software GeoGebra se deu pelo fato de que ele permite construções precisas e adequadas ao conteúdo de trigonometria. Os dados observados, indicam melhoria na participação dos estudantes nas atividades desenvolvidas, justificando assim, o uso de tecnologias digitais no Ensino da Matemática.

Palavras-Chave: GeoGebra. Tecnologia Digital. Trigonometria.

ABSTRACT

In this article, were analyzed the results from an unprecedented lesson, where GeoGebra software was used as a technological resource and whose use was intended to assist in the construction of mathematical concepts. This class took place in a state school in the city of Natal/RN in a 2nd grade high school class composed of 24 students. The unpublished lesson was developed from an investigative didactic sequence. The subjects covered in this class were trigonometric relations: sine, cosine and tangent. This theme presents itself as a very useful mathematical content in solving everyday problems and in the exercise of some professional activities. The choice for GeoGebra software was due to the fact that it allows precise and adequate constructions to the content of trigonometry. The observed data indicate

[1] Instituto GeoGebra Internacional do Rio Grande do Norte (IGIRGN) – miqueiasrbarbosa42@gmail.com
[2] Instituto GeoGebra Internacional do Rio Grande do Norte (IGIRGN) – keziacrist.m.p@gmail.com
[3] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN) - luciano.nobrega@ifrn.edu.br
[4] Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA) – ricardobraz@ufersa.edu.br

an improvement in the participation of students in the activities developed, thus justifying the use of digital technologies in mathematics teaching.

Keywords: GeoGebra. Digital Technology. Trigonometry.

1 INTRODUÇÃO

Por que estudar matemática? Onde vou utilizar a matemática no meu dia a dia? É comum, principalmente para os professores do ensino básico, ouvirem questionamentos como estes, tanto na escola como fora dela. Não é uma tarefa simples responder a tais perguntas de forma satisfatória, principalmente pelo fato de, na nossa compreensão, as aplicações mais relevantes da matemática estarem relacionadas as várias profissões, tais como: medicina, computação, engenharias, logística e tantas outras as quais, a grande maioria dos alunos da educação básica, não possui maturidade para estabelecer alguma relação entre essa disciplina e as diversas áreas de sua atuação, já que, são tão somente usuários dos serviços que tais profissões nos proporcionam.

No entanto, se aprofundarmos um pouco mais nossa reflexão sobre o assunto, podemos claramente perceber a utilidade da Matemática "fora da matemática" quando entendemos, por exemplo, que o estudo sistemático desta disciplina nos capacita a não esperarmos respostas rápidas e diretas aos questionamentos e problemas que a vida nos impõe (já que o resultado de um problema matemático nem sempre é alcançado de forma direta, necessitando em muitos casos, da análise de conceitos ou definições, para só depois se lançar mão de uma fórmula que terá sua aplicabilidade na resolução do problema) e que o aprendizado adquirido com o estudo da Matemática poderá elevar o nível de entendimento do mundo a nossa volta.

Por não entenderem ou não conseguirem associar o estudo da Matemática com a vida e, portanto, não adquirirem um aprendizado significativo, é que temos uma enorme quantidade de estudantes concluintes do Ensino Médio com um baixíssimo nível de aprendizado na referida disciplina, o que, por sua vez, ocasiona mau desempenho em disciplinas afins, bem como limitações de conhecimento do mundo que os cercam.

A partir dessa reflexão, este trabalho objetiva a aplicação de uma aula inédita estruturada na forma de uma sequência de atividades a ser desenvolvida com o auxílio do software GeoGebra, abordando parte do conteúdo de trigonometria.

Esse tema apresenta-se como conteúdo matemático bastante útil na resolução de problemas do cotidiano e no exercício de algumas atividades profissionais, além de articular uma Matemática admirável. Contudo, não diferente de outros conteúdos matemáticos, nem sempre desperta o interesse em alguns alunos, haja vista, a dificuldade de apropriação dos conceitos envolvidos e a dissociação com a utilidade e significado.

Muitos podem ser os motivos pelos quais os professores observam tal situação ocorrer em suas salas de aulas. Fatores ligados a forma de abordagem, desinteresse dos alunos, visão difundida de que a Matemática é um conhecimento para poucos, são algumas das justificativas, de senso comum, apontadas quando ocorre o insucesso no aprendizado da trigonometria ou de outros temas ligados a Matemática.

Longe de serem analisadas tais afirmações que, precipitadamente, justificariam o insucesso ou a desmotivação dos alunos no desenvolvimento de atividades envolvendo o conteúdo de trigonometria, este trabalho se apresenta como uma alternativa didática que objetiva a superação destes fatores através do desenvolvimento da percepção dos alunos para a relação dos valores do seno, cosseno e tangente de ângulos notáveis no ciclo trigonométrico.

Nossa escolha pela abordagem desse conteúdo, deu-se em virtude da dificuldade percebida nos alunos em relação a construção dos significados que visam facilitar a compreensão do conteúdo, além de percebermos o esforço que empreendem na memorização de valores constantes nas chamadas tabelas trigonométricas.

Concerne frisar que, por ser a trigonometria um assunto bastante extenso e tendo em vista a dimensão deste trabalho, optou-se por limitar a abordagem ao seu estudo no ciclo trigonométrico como opção de apresentação aos alunos, de uma forma mais significativa de aprendizagem dos valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis do primeiro quadrante e seus correspondentes nos demais quadrantes, observando a lógica matemática envolvida e evitando as construções e memorizações de tabelas.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

sociedade atual, está habituada ao uso das Tecnologias Digitais no seu cotidiano, seja em transações bancárias, nas empresas, nos negócios, no lazer ou simplesmente para se comunicar.

Acerca do uso de tecnologia, Pantoja e Zwierewicz afirmam que:

> Trata-se de inovações provenientes de vários setores, desde o industrial, da investigação, da economia, da empresa, entre tantos outros que lentamente estão chegando à educação de maneira muito diversa e irregular, mas em uma progressão ininterrupta que afeta toda a comunidade educativa. (PANTOJA; ZWIEREWICZ, 2007, p.9)

No entanto, ainda percebemos uma certa resistência por parte de alguns educadores, quanto ao uso de tecnologias digitais como ferramentas a serem utilizadas no processo de ensino-aprendizagem.

Frente a essa realidade e sendo a educação um segmento que não se pode dissociar do contexto social, faz-se necessário o uso das Tecnologias Digitais em suas atividades, quer sejam de gestão quer sejam pedagógicas, sendo essas últimas, o objeto de interesse de nossa pesquisa, visto que, segundo Almeida e Valente (2011, p.6) “as tecnologias fazem parte de nossas vidas, influenciam o processo de estruturação do nosso pensamento e, em especial, o modo de ser, agir e pensar das gerações que hoje frequentam nossas salas de aula.”

Ainda segundo esses autores, “as Tecnologias Digitais podem ser extremamente úteis como ferramentas cognitivas, desempenhando diferentes papéis, auxiliando tanto o aluno quanto o professor”. (ALMEIDA E VALENTE, 2011, p.73).

Neste sentido, muito se tem falado sobre o uso de tecnologias da informação e comunicação e da sua aplicabilidade no contexto escolar. De fato, diversos estudiosos do assunto apontam que esta inserção tecnológica deve vir acompanhada de mudanças no contexto educacional, sobretudo na forma como o professor concebe sua abordagem metodológica. Para Araújo (2005, p. 3) “A inserção de novas tecnologias é um dos desafios enfrentados pelo professor em sua prática”. Para a autora, esse desafio consiste na conciliação em lidar com questões próprias de sua disciplina e na articulação dessas com as tecnologias que chegam até a escola. Como sugestão para superação desses problemas a autora aponta o desenvolvimento de projetos envolvendo diversos atores do contexto escolar.

Além das situações em que são desenvolvidos projetos escolares, o professor poderá fazer uso de software mais específico ao desenvolvimento de suas aulas, para abordar determinado conteúdo. Sobre os softwares educacionais, Kenski (apud Lopes, 2013, p.633)

diz que: “Quando esses são bem utilizados, provocam alterações nas relações entre professores e alunos e, ainda, proporcionam um maior aprofundamento dos conteúdos estudados”.

De acordo com os métodos utilizados, essa pesquisa caracteriza-se como uma Pesquisa-Ação, (GIL, 2010,), já que, utilizamos a observação participante como método de coleta de dados, ou seja, houve interação do pesquisador com o fenômeno estudado durante a aplicação da aula inédita. (MAIA; OLIVEIRA, 2009).

Somando-se ao recurso tecnológico, optamos por realizar no desenvolvimento das atividades uma abordagem investigativa visto que, para Lopes (2013, p.636), “as investigações matemáticas podem apresentar um grande potencial educativo, mostrando-se importantes no desenvolvimento da criatividade do aluno”. E que, segundo Brocardo (apud Lopes 2001, p.105) “Uma investigação matemática é uma atividade que envolve três processos: exploração de possibilidades; formulação de conjecturas; argumentos que validem as hipóteses levantadas”.

Nesse sentido, o processo investigativo matemático constitui-se uma atividade de busca, construção de conhecimento através da elaboração de soluções ou reiniciação do processo quantas vezes forem necessários na tentativa de comprovação das hipóteses levantadas.

3 METODOLOGIA

A aula inédita que originou esta pesquisa, ocorreu em uma turma da 2ª série do Ensino Médio, composta por 24 alunos, na Escola Estadual Professora Josefa Sampaio, localizada no município de Natal/RN.

Para efeito de citação dos alunos, foram utilizados os símbolos A_1, A_2, até A_{24}, respectivamente.

Utilizamos como recurso didático o software GeoGebra que permite construções precisas e adequadas ao estudo do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis no primeiro quadrante e seus correspondentes nos demais quadrantes, além de proporcionar uma visualização com possibilidade de realização de movimentos interativos.

Além disso, a nossa escolha por este software educacional, justifica-se na tentativa de despertar o interesse de nossos alunos, uma vez que estes se apresentam bastante envolvidos

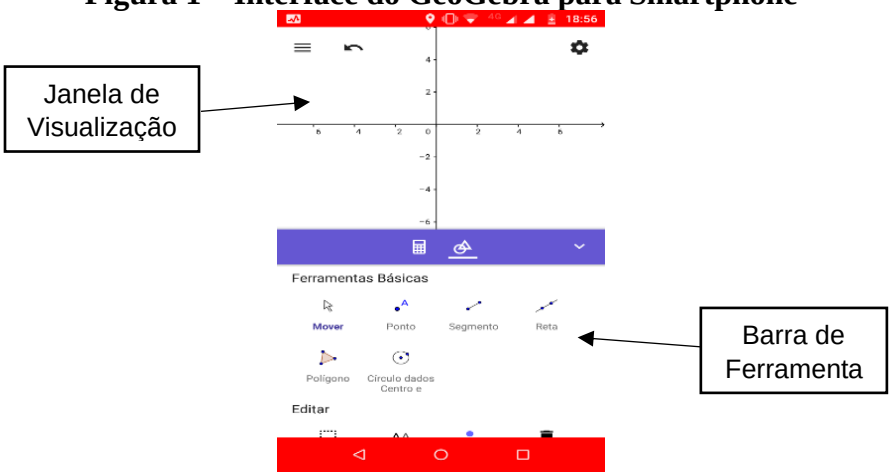
com tecnologias informatizadas nas diversas atividades que desenvolvem no seu dia a dia. A versão do software utilizada foi a disponível para smartphone, cujo download e instalação são gratuitos.

A fim de desenvolvermos a aula inédita, utilizamos uma sequência de passos para a elaboração da construção do círculo trigonométrico[5]. Essa construção foi realizada previamente no software GeoGebra e disponibilizada para os alunos para ser utilizada por ocasião da aula.

Também foi elaborada previamente, uma proposta de atividades para exploração do círculo trigonométrico que visa o aprendizado do conteúdo escolhido com a utilização da investigação[6] como metodologia de trabalho.

Durante a realização da aula, os alunos foram inicialmente orientados e auxiliados na instalação do software GeoGebra em seus smartphones. Em seguida, foi apresentada a interface do aplicativo, mostrando alguns de seus botões, janelas e funcionalidades, conforme a figura 1, visando um melhor aproveitamento do recurso por parte dos estudantes.

Figura 1 – Interface do GeoGebra para Smartphone



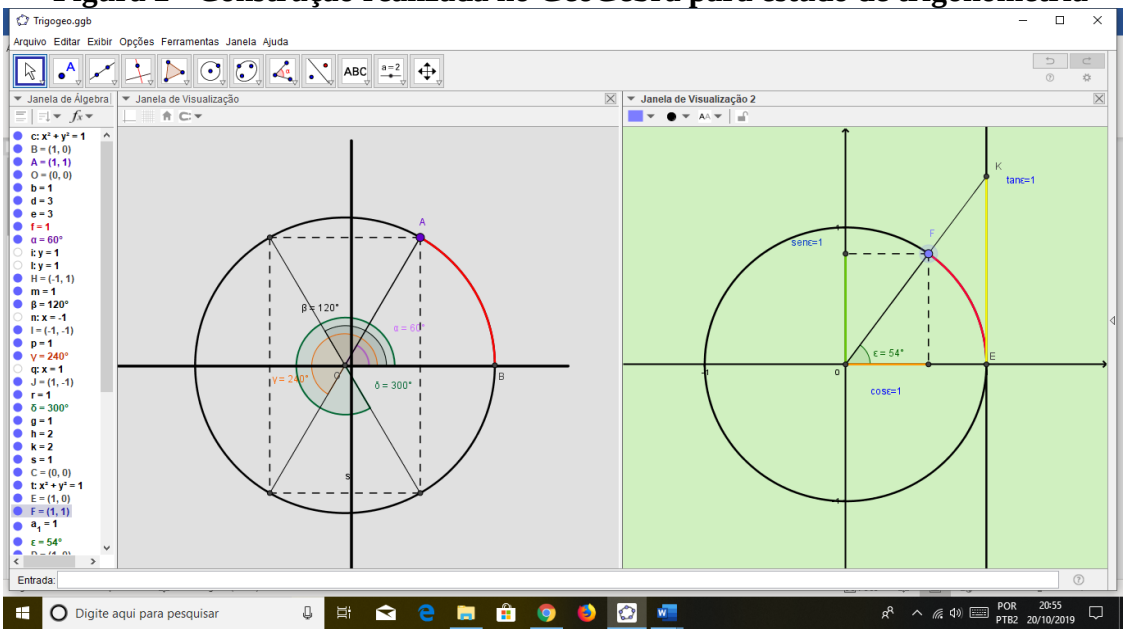
Fonte: Os autores (2020)

Os alunos utilizaram o círculo trigonométrico, previamente construído no GeoGebra, como instrumento suporte para realização das atividades de modo a relacionar os conceitos de senos, cosseno e tangente, bem como, identificar as propriedades existentes nas relações trigonométricas por meio de processos investigativos.

[5] Recurso utilizado para facilitar a visualização das relações existentes entre os lados e os ângulos do triângulo retângulo.

[6] Tipo de abordagem metodológica utilizada em atividades didáticas, caracterizada pelo levantamento de hipótese, observação de padrões e exploração de possibilidades, com o propósito de identificar determinadas propriedades.

Figura 2 - Construção realizada no GeoGebra para estudo de trigonometria



Fonte: Os autores (2020)

Essas atividades compreenderam o preenchimento de tabelas que relacionam os valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis no 1º quadrante do círculo trigonométrico com os seus correspondentes nos demais quadrantes. Implicaram ainda, em responder questionamentos que visam analisar o nível de entendimento dos conceitos estudados por parte dos alunos.

As atividades desenvolvidas na aula inédita tiveram o propósito de verificar a compreensão, por parte dos estudantes, dos conceitos envolvidos, permitindo que eles façam uso destes conceitos dispensando a prática de decorar os valores notáveis das razões trigonométricas na construção de tabelas contendo tais valores.

Para a realização das atividades, a turma foi dividida em oito grupos de três componentes e foi estipulado um tempo de 15 minutos para a execução de cada tarefa.

A primeira atividade que propomos consistia em solicitar que, cada grupo, considerasse o círculo trigonométrico da janela de visualização 2. Os alunos deveriam compreender que a posição do ponto “F” determina a medida do ângulo. Em seguida, solicitamos que movessem o ponto “F” para indicar o intervalo de valores que esse ângulo pode assumir de modo que “F” esteja sempre no primeiro quadrante.

Na segunda atividade foi proposto aos alunos que, sabendo que os ângulos de 30º, 45º e 60º são denominados ângulos notáveis, na janela de visualização 1, movessem o ponto “A”

sempre no primeiro quadrante e completassem o quadro com o valor dos ângulos correspondentes nos demais quadrantes.

Quadro 1 - Ângulos notáveis e os seus correspondentes nos demais quadrantes

Ângulos Notáveis	Ângulos Correspondentes		
1º quadrante	2º quadrante	3º quadrante	4º quadrante
30º			
		225º	
	120º		

Fonte: Os autores (2020)

Antes de realizar as atividades seguintes, orientamos aos alunos que localizassem no GeoGebra o menu opções, em seguida clicassem em "arredondamento" e escolhessem o item "1 casa decimal".

A proposta para a execução da terceira atividade, consistiu em orientar os alunos a observar a construção da janela de visualização 2 e em seguida mover o ponto "F" ao longo do círculo trigonométrico observando os elementos móveis que sofrem variações de valores e, por fim, identificar quais são esses elementos.

Na quarta atividade, propomos aos grupos que movessem mais uma vez o ponto "F" ao longo do círculo trigonométrico, observando os valores assumidos pelo seno e pelo cosseno, e preenchessem as lacunas:

Seno: Mínimo_____ Máximo _____

Cosseno: Mínimo_____ Máximo _____

A atividade seguinte, consistiu em relembrarmos aos estudantes que a tangente está definida como sendo a razão entre o seno e o cosseno e em seguida, com base nessa informação, solicitamos que deslocassem o ponto "F" até encontrar o ângulo de 90^0, observassem o que acontece com a tangente neste ângulo e relatassem porque acontece.

Em seguida, para a execução da sexta atividade, solicitamos que deslocassem o ponto "F" até encontrar o ângulo de 0^0. Em seguida, respondessem qual o valor da tangente neste ângulo e qual a justificativa matemática para esse valor.

Na sétima atividade, os grupos foram orientados a mover o ponto "F" ao longo do círculo trigonométrico da janela de visualização 2. Em seguida, verificar em quais

quadrantes o seno, o cosseno e a tangente são positivos, e, em quais quadrantes são negativos. Por último, foi solicitado que, com base em suas observações, preenchessem a tabela cujo modelo encontra-se a seguir.

Quadro 2 – Sinais do seno, cosseno e tangente em todos os quadrantes

,

	1º quadrante	2º quadrante	3º quadrante	4º quadrante
Seno	positivo			
Cosseno				positivo
Tangente		negativa		

Fonte: Os autores (2020)

Quadro 3 – Valores dos seno, cosseno e tangente dos ângulos Notáveis

	Ângulos Notáveis		
Razões Trigonométricas	30^0		60^0
Seno			0,9
Cosseno		0,7	
Tangente	0,6		

Fonte: Os autores (2020)

Para a execução da oitava e última atividade, orientamos aos alunos que, utilizando-se das duas construções, preenchessem os quadros dos ângulos notáveis e em seguida os quadros dos ângulos correspondentes, cujos modelos encontram-se a seguir, com os valores do seno, cosseno e tangente.

Quadro 4-Valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos correspondentes a 30^0

	Ângulos Correspondentes a 30^0		
Razões Trigonométricas	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Seno	0,5		
Cosseno			0,9
Tangente		- 0,6	

Fonte: Os autores (2020)

Quadro 5-Valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos correspondentes a 45^0

	Ângulos Correspondentes a 45^0		
Razões Trigonométricas	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Seno			
Cosseno			
Tangente			

Fonte: O autor (2020)

Quadro 6-Valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos correspondentes a 60^0

	Ângulos Correspondentes a 60^0		
Razões Trigonométricas	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Seno			
Cosseno			
Tangente			

Fonte: O autor (2020)

Ao final da aula inédita, com o propósito de verificar a opinião dos estudantes acerca do trabalho realizado, foi elaborado um questionário para que os alunos pudessem avaliar o resultado do aprendizado durante a realização das atividades.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse tópico, discorreremos sobre os resultados da aplicação da aula inédita, a partir da análise de um quadro 7 constando o objetivo principal de cada atividade desenvolvida, e do roteiro das atividades realizadas com o auxílio do círculo trigonométrico construído no aplicativo GeoGebra apresentado na figura 1.

Quadro 7 - Principais objetivos das atividades realizadas

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	**OBJETIVOS PRINCIPAIS DE CADA ATIVIDADE**
ATIVIDADE 1	Verificar os possíveis valores dos ângulos do 1º quadrante.
ATIVIDADE 2	Mostrar a relação entre as medidas dos ângulos notáveis e as medidas dos ângulos correspondentes nos demais quadrantes.
ATIVIDADE 3	Reconhecer, no círculo trigonométrico, o seno, o cosseno e a tangente.
ATIVIDADE 4	Observar os valores mínimos e máximos que o seno e o cosseno assumem no círculo trigonométrico.
ATIVIDADE 5	Com base na definição, verificar o motivo pelo qual não existe a tangente de 90^0.
ATIVIDADE 6	Dizer e justificar, com base na definição, qual o valor da tangente quando o ângulo é igual a 0^0
ATIVIDADE 7	Observar em que quadrantes o seno, o cosseno e a tangente são positivos e em que quadrantes são negativos.
ATIVIDADE 8	Observar em uma mesma atividade todos os conceitos verificados, isoladamente, nas atividades anteriores.

Fonte: Os autores (2020)

4.1 ANÁLISE DAS ATIVIDADES REALIZADAS

Cada aluno recebeu uma cópia do roteiro de atividades, cujas tabelas deveriam ser preenchidas durante a realização das tarefas e devolvidas para análise posterior. Ressaltamos que somente quinze alunos da turma participaram ativamente da execução das atividades nos dois dias de aula e que nove deles faltaram pelo menos um dos dias. Os resultados serão baseados no desempenho dos estudantes que participaram de todas as atividades.

A primeira atividade tinha o propósito de verificar a capacidade dos estudantes de identificar os possíveis ângulos do 1º quadrante, objetivo esse, alcançado por dez alunos. Os cinco alunos que não identificaram os ângulos em questão, deram respostas incompletas ao questionamento dessa atividade conforme algumas falas em destaque:

- *"Os ângulos são de 50 graus"* (A_6);
- *"São de 30 graus e de 45 graus e de 60 graus"* (A_{13}).

O objetivo da segunda atividade era que os alunos verificassem os valores dos ângulos correspondentes aos ângulos notáveis em todos os quadrantes. Doze alunos preencheram a tabela corretamente. Os três alunos que erraram os valores dos ângulos nessa tarefa também erraram a resolução da atividade anterior: A_6, A_{13} e A_{19}.

O propósito da terceira atividade era verificar se os alunos conseguiriam identificar os elementos que mudavam de valores, conforme mudava-se os valores dos ângulos e, nessa tarefa, todos eles reconheceram esses elementos.

Na tarefa seguinte, esperávamos que os estudantes da turma reconhecessem os valores mínimos e máximos que o seno e o cosseno assumem no círculo trigonométrico. Catorze alunos expressaram corretamente esses valores na tabela.

Nas respostas dadas para o questionamento da atividade cinco, esperávamos que os alunos respondessem algo que mostrasse que eles entenderam que não existe a tangente de 90 graus e o motivo pelo qual não existe. Nessa atividade obtivemos as mais variadas respostas das quais ressaltamos algumas:

- *" A tangente desaparece" (*A_{13});
- "*Esse ângulo não tem tangente"* (A_{20});
- *"O círculo fica errado porque não tem tangente nem cosseno"* (A_8);
- "*Não tem tangente, porque não tem cosseno pra dividir"* (A_{17}).

Com base nas respostas destacadas, podemos afirmar que (A_{13}) e (A_{20}) conseguiram identificar que não existe a tangente de 90 graus, porém não expressaram uma justificativa matemática para a ocorrência desse fato. O aluno (A_8) não conseguiu responder corretamente

o questionamento, já que atribuiu um suposto erro ao software. Já o aluno (A_{17}), demonstrou, com suas palavras, que compreendeu que não existe a tangente de 90 graus porque não existe um valor no cosseno para que seja possível realizar a divisão do seno pelo cosseno como estabelece a definição de tangente. No entanto, sabemos que o mais correto seria ele dizer que esse ângulo tem cosseno igual a zero e que, como não existe divisão por zero, não existe também a tangente do referido ângulo.

Na atividade seis, queríamos que o aluno verificasse o valor da tangente para o ângulo de 0 grau e que dissesse qual a justificativa matemática para esse valor. Assim como na atividade anterior, obtivemos várias respostas das quais destacamos algumas:

- *" O ângulo zero não tem tangente"* (A_{20});
- "*No zero, a tangente também desaparece"* (A_{13});
- *"A tangente é zero, porque o seno é zero"* (A_{22}).

Nessa atividade os alunos (A_{13}) e (A_{20}) não conseguem perceber que a tangente de 0 grau existe e é igual a zero. Já o aluno (A_{22}), consegue deduzir que a tangente desse ângulo é igual a zero, porque seu seno é igual a zero, deixando somente de dizer que isso ocorre porque quando dividimos zero por qualquer valor, teremos sempre o zero como resultado.

O propósito da sétima atividade, era que os alunos verificassem em que quadrantes o seno, o cosseno e a tangente são positivos e em que quadrantes são negativos. Nessa tarefa, todos os estudantes preencheram a tabela corretamente.

Na atividade oito os estudantes teriam que observar, durante a execução da tarefa, todos os conceitos verificados, isoladamente, nas atividades anteriores como uma forma de fixar o aprendizado.

4.2 QUESTIONÁRIO PARA VERIFICAÇÃO DA SATISFAÇÃO DOS ALUNOS

O questionário para verificação de satisfação, foi respondido pelos quinze alunos que participaram dos dois encontros, e organizado em duas partes: a primeira teve o objetivo de se avaliar, por parte dos alunos, a importância das atividades realizadas utilizando o software GeoGebra como recurso auxiliar no ensino da matemática. A segunda parte, verificou o nível de envolvimento dos alunos na aplicação da aula inédita, segundo suas próprias opiniões.

O resultado da primeira parte do questionário, foi expresso em uma nota na escala de 0 (zero) a 10 (dez), seguida de uma média final (MF) e encontra-se organizado na tabela abaixo.

Quadro 8 – Importância das atividades realizadas

Item Analisado	A_1	A_3	A_4	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{11}	A_{13}	A_{16}		A_{17}	A_{19}	A_{20}	A_{22}	A_{24}	MF
Facilidade para manusear o GeoGebra	10	8	10	7	10	10	8	8	7	10		10	10	8	10	9	**9**
O GeoGebra auxiliou no aprendizado dos conceitos trabalhados durante as atividades.	10	7	10	7	10	9	8	7	7	10		10	10	9	10	10	**8,9**
Organização do roteiro de Atividade a ser executado no GeoGebra	10	9	10	8	10	10	9	9	8	10		10	10	10	10	10	**9,5**

Fonte: Os autores (2020)

Observa-se que, de acordo com as notas atribuídas pelos alunos, as atividades desenvolvidas utilizando o GeoGebra como recurso didático foram consideradas exitosas.

A segunda parte do questionário também está expressa na tabela seguinte, no entanto, além das notas atribuídas pelos alunos a si mesmos, estão em destaque também, alguns comentários dos estudantes relacionados a cada nota.

Quadro 9 – Nível de envolvimento dos alunos nas atividades realizadas

Aluno	Nota	Comentário dos estudantes
A_1	10	*"Me dediquei o máximo para realizar todas as atividades".*
A_3	9	*" Me esforcei bastante, mas as vezes conversava".*
A_4	10	*"Porque me esforcei para realizar as tarefas e entender".*
A_6	8	*"Porque realizei todas atividades, mas não acertei todas".*
A_7	10	**"***Pois fiz todas as tarefas e entendi bem o assunto".*
A_8	9	*"Fiz as tarefas, mas me enrolei um pouco".*
A_9	7	*"Porque conversava com os colegas sobre a tarefa e não consegui acertar tudo".*
A_{11}	7	*"Brincava um pouco com o GeoGebra, aí não aprendi tudo".*
A_{13}	8	*"Consegui aprender de forma mais agradável"*
A_{16}	9	*"É muito melhor estudar com esse aplicativo, por isso participei de*

		tudo".
A_{17}	10	*"Me esforcei bastante, porque é muito interessante estudar trigonometria usando o GeoGebra".*
A_{19}	10	*"Consegui aprender porquê me dediquei o máximo e essas tarefas no GeoGebra fica mais fácil de aprender".*
A_{20}	9	*"Me dediquei muito, porque é muito melhor estudar matemática com essa tecnologia".*
A_{22}	10	*"Me dediquei e realizei todas as atividades"*
A_{24}	9	*"Aprendi muito com o GeoGebra quando fiz as atividades"*

Fonte: Os autores (2020)

Em relação ao envolvimento dos estudantes na aplicação da aula inédita, fica claro que os alunos consideraram que se dedicaram ao máximo na realização das tarefas, apesar de alguns deles declararem algum tipo de falta de atenção em algum momento. Percebe-se ainda que essa dedicação se deu pelo fato de acharem o GeoGebra uma ferramenta importante no aprendizado da matemática.

5 CONCLUSÃO

O objetivo do presente trabalho foi testar e verificar a eficiência do uso das chamadas tecnologias digitais como recurso didáticos auxiliares no ensino da matemática durante a realização de uma aula inédita. O recurso utilizado nessa pesquisa foi o software GeoGebra que trabalha, de forma dinâmica, os conceitos da geometria e da álgebra.

Observamos que o uso do método investigativo, juntamente com um roteiro de atividades, planejado previamente com base na construção realizada no GeoGebra para trabalhar o ensino de determinado conteúdo matemático, torna o uso do software eficiente como recurso didático auxiliar. A esse respeito, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) recomenda em uma de suas competências específicas de Matemática e suas Tecnologias para o ensino Médio:

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2017, p.532)

Foi possível observar, durante a aplicação da referida aula, que a eficácia do uso desse recurso, foi além das expectativas. Essa afirmação encontra embasamento nos comentários feitos pelos estudantes e destacados no tópico anterior, bem como, no interesse e participação deles na realização das atividades.

Com base nesses resultados, conclui-se que o uso de Tecnologias Digitais pode ser um forte aliado para dinamizar e tornar mais atraente o processo de ensino aprendizagem de modo que os estudantes se sintam partícipes desse processo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologia e currículo**: trajetórias convergentes ou divergentes? São Paulo: Paulus, 2011.

ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Tecnologia na sala de aula**: desafios do professor de Matemática. II EEMOP, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4377462/mod_resource/content/2/BNCC%20-%20Base%20Nacional%20Comum%20Curricular%20-%20Ensino%20M%C3%A9dio.pdf >. Acesso em: mar. 2020.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LOPES, Maria Maroni. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro/SP, v. 27, n. 46, p. 631-644, ago. 2013.

MAIA, L. F.S.; OLIVEIRA, M.V.F. **Trabalhos acadêmicos**: princípios, normas e técnicas. Natal: Editora do CEFET-RN, 2009.

MOLON, Jaqueline. **Cálculo no Ensino Médio: uma abordagem possível e necessária com auxílio do software GeoGebra.** 2013. 195 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática), Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

PANTOJA, A.; ZWIEREWICZ, M. Sociedade da informação, educação digital e inclusão. In: PANTOJA, A.; ZWIEREWICZ, M. (org.) **Sociedade da informação, educação digital e inclusão**. Florianópolis: Insular, 2007. p. 171-173.

REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA
INTERNACIONAL DO RIO GRANDE DO NORTE

GEOGEBRA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO POLINOMIAL NA PERSPECTIVA DA AÇÃO MEDIADA

RODRIGO DANTAS DE LUCAS[1]

AGUINALDO ROBINSON DE SOUZA[2]

EMÍLIA DE MENDONÇA ROSA MARQUES[3]

ARIANNE VELLASCO GOMES[4]

RESUMO

Neste artigo apresentamos um trabalho desenvolvido com licenciandos calouros em Matemática, no qual, buscou-se a produção de significados através do desenvolvimento de uma sequência didática proposta utilizando o software GeoGebra, visando a análise do nível de domínio e de apropriação dos conceitos de funções polinomiais de uma variável real. A análise dos dados coletados está fundamentada na teoria da ação mediada de James Wertsch, a qual tem como foco o estudo sociocultural da mente e a memória coletiva sobre os aspectos históricos mediados pelas ferramentas culturais concernentes às instituições formais de ensino. O público-alvo consistiu em nove (9) estudantes, sendo cinco (5) do sexo masculino e quatro (4) do sexo feminino, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista - UNESP, em Bauru, São Paulo, Brasil. A pesquisa, de caráter qualitativo, pode ser caracterizada como um estudo de caso, visto que envolveu a busca por significados atribuídos aos sujeitos da pesquisa relativos às suas vivências e experiências pessoais. As atividades desenvolvidas com o software de geometria dinâmica e as reflexões solicitadas na sequência didática contribuíram para a experimentação, a criação de estratégias, a produção de conjecturas, a argumentação qualitativa e a dedução de propriedades matemáticas relativas aos conteúdos destas funções de uma variável real. Os licenciandos com maior base teórica em Matemática foram capazes de explorar os recursos computacionais com maior destreza, acuidade e precisão, conseguindo assim, maior aprofundamento nos conteúdos por eles explorados. Esses alunos apresentaram, ainda, um detalhamento com bom nível de rigor matemático em suas explicações sobre os conteúdos abordados, cometendo poucos erros de notação simbólica.

Palavras-chave: GeoGebra. Ensino de Matemática. Tecnologias digitais.

[1] Instituto Federal de São Paulo (IFSP) – rodrigodantas@ifsp.edu.br
[2] Universidade Estadual Paulista (UNESP) – aguinaldo.robinson@unesp.br
[3] Universidade Estadual Paulista (UNESP) – emilia.marques@unesp.br
[4] Universidade Federal de Uberlândia (UFU) – arianne.vellasco@ufu.br

REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA
INTERNACIONAL DO RIO GRANDE DO NORTE

ABSTRACT

In this article we present a work developed with freshmen undergraduates in Mathematics, in which the production of meanings was sought through the development of a proposed didactic sequence using the GeoGebra software, complete the analysis of the level of domain and appropriateness of a real variable. An analysis of the collected data is based on James Wertsch's theory of mediated action, which focuses on the sociocultural study of the mind and collective memory on the historical aspects of cultural tools concerning formal educational institutions. The target audience consisted of nine (9) students, five (5) male and four (4) female, from the Licentiate Degree in Mathematics at Universidade Estadual Paulista - UNESP, in Bauru, São Paulo, Brazil. The research, of a qualitative nature, can be characterized as a case study, as it involves a search for meanings answered by the research subjects regarding their personal experiences. The activities developed with the dynamic geometry software and the reflections requested in the didactic sequence contributed to the experimentation, the creation of an implemented, the production of conjectures, the qualitative argumentation and the deduction of mathematical properties related to the needs of the functions of a real variable. Graduates with a greater theoretical base in Mathematics were able to explore computational resources with greater dexterity, accuracy and precision, thus achieving greater depth in the contents they explored. These students also provide a good level of mathematical rigor in their explanations of the contents of their content, making few errors in symbolic notation.

Keywords: GeoGebra. Teaching of Mathematics. Digital technologies.

1. INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta resultados obtidos, e analisados, pelos autores a partir da realização de uma pesquisa que surgiu do interesse dos autores sobre a mediação de recursos tecnológicos e da possibilidade de se utilizar o GeoGebra no ensino de funções, além dos questionamentos frequentes sobre como ocorre a aprendizagem em Matemática e de que forma estes recursos podem contribuir para uma aprendizagem que consideramos mais significativa no sentido dos estudantes entenderem melhor a sua atuação na sala de aula ao calcular, por exemplo, o domínio de uma função. Desta forma, o palco desta pesquisa foi a disciplina de Funções Elementares do curso de Licenciatura em Matemática e os atores foram estudantes que aceitaram o convite para participar. O roteiro para o desenvolvimento das atividades foi elaborado pelos pesquisadores. Utilizou-se uma sequência didática proposta especialmente para a coleta de dados, a qual deveria ser trabalhada pelos estudantes com o uso do GeoGebra, sendo seus resultados analisados através da perspectiva da Ação Mediada de James V. Wertsch (1991b, 1998), que visa compreender as relações entre a subjetividade

do agente, as ferramentas culturais, a apropriação e domínio, a criatividade e as convenções culturais (COSTA, 2016).

Nesse sentido, adotou-se a perspectiva da Ação Mediada para tratarmos sobre o significado dos conceitos. Para isso, optou-se por criar um ambiente que consideramos favorável para melhor dispor das ações realizadas pelos estudantes ao utilizar meios mediacionais, isto é, as ferramentas socioculturais. Tais ferramentas podem ser físicas (imagens, textos, animações, vídeos e simulação por objetos de aprendizagem) e não físicas (fala, enunciados, expressões e conceitos).

Sabedores que a disciplina é oferecida para futuros professores de Matemática, consideramos imperativo o uso de recursos computacionais no sentido de incentivar seu uso através da vivência dos discentes que estão sendo preparados para o mercado de trabalho e assim contribuir para que adotem esta prática em suas práticas metodológicas de ensino em futuro recente.

De acordo com Moran et al. (2000, p.66):

> [...] a aprendizagem em informática, por ser algo novo, que não faz parte usualmente dos conhecimentos profissionais docentes adquiridos na formação inicial e que não é algo com o qual todos os professores se identifiquem aparentemente num primeiro contato, parece requerer um esforço maior de sua parte.

Nesta mesma linha de pensamento, destaca Kenski (2007, p.57):

> [...] A análise de vários casos já relatados em pesquisas e publicações na área da educação mostra alguns problemas recorrentes, que estão na base de muitos fracassos no uso das tecnologias mais atuais na educação. O primeiro deles é a falta de conhecimento dos professores para o melhor uso das
>
> tecnologias, seja ela nova ou velha. Na verdade, os professores não são formados para o uso pedagógico das tecnologias, sobretudo as TIC.[...] na maioria das vezes esses profissionais de ensino estão preocupados em usar as tecnologias que têm a sua disposição para “passar o conteúdo”, sem se preocupar com o aluno, aquele que precisa aprender.

Concordando com os autores acima, nos sentimos impulsionados a fazer uma diferença na formação inicial desses futuros professores utilizando o computador e o GeoGebra para que se sentissem mais motivados e confiantes num futuro próximo em suas práticas pedagógicas.

Na mesma linha de pensamento, cita Bittar (2001, p.77):

> [...] é fundamental que os cursos de licenciatura preparem o professor para o uso das novas tecnologias. De fato, uma vez que a informática parece estar chegando realmente às salas de aulas, é preciso formar um profissional consciente e apto a fazer uso deste novo instrumento didático. Porém isto não tem sido sistematicamente objeto de estudo dos licenciados, o que implica novos professores sendo colocados no mercado de trabalho sem formação no uso das novas tecnologias educacionais. Para esses professores, assim como para tantos outros que estão trabalhando há muitos anos e que não tiveram acesso a esse tipo de formação, é necessário oferecer cursos de formação continuada para que eles se atualizem.

Acreditamos ainda, que os cursos de formação continuada são cruciais para termos professores mais bem preparados e engajados nessa difícil tarefa de ensinar, porém sentimos que esta formação deve iniciar-se na graduação.

O processo de ensino e aprendizagem apresenta uma relação que não é mecânica, não se trata de uma simples transmissão de conhecimentos e conceitos do professor que ensina para um aluno que aprende. As atividades de ensino visam estimular, dirigir, incentivar, impulsionar o processo de aprendizagem dos alunos.

Portanto, o ato de ensinar envolve uma estrutura cuja finalidade é alcançar a aprendizagem do aluno através do desenvolvimento do conteúdo. A relação entre ensino, aprendizagem e verificação da aprendizagem deve ficar longe da memorização, precisa ser pensada e desenvolvida envolvendo os estudantes de forma ativa, sem entretanto, serem deixados sozinhos procurando uma forma de aprender o conteúdo proposto, sendo o

professor, nesse caso, o facilitador intencional (LIBÂNEO, 1994). Ainda, afirma Libâneo (1994, p. 91), “O processo de ensino, ao contrário, deve estabelecer exigências e expectativas que os alunos possam cumprir e, com isso, mobilizem suas energias. Tem, pois, o papel de impulsionar a aprendizagem e, muitas vezes, a precede.”

Portanto o ensino é uma relação em que o professor põe em prática o tripé: objetivo, conteúdo e método, e dessa forma espera obter a aprendizagem do aluno como resultado, o que pode acontecer de modo mais ou menos significativo.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A relação entre o ensino da Matemática e o uso da informática representa uma lacuna de pesquisa, visto que não é evidente e clara, como querem crer alguns. Ela necessita de uma reflexão para ser entendida.

2.1 TEORIA DA AÇÃO MEDIADA

James V. Wertsch é um psicólogo americano e professor da Washington University em Saint Louis, atuando no Departamento de Educação, onde atualmente é um dos teóricos mais expressivos da psicologia sociocultural. Wertsch é um adepto das ideias de Vigotski na corrente sociocultural, tendo como foco o estudo sociocultural da mente (WERTSCH, 1991b)

e a memória coletiva sobre os aspectos oficiais da história, mediadas pelas ferramentas culturais concernentes às instituições formais de ensino na antiga União Soviética e nos Estados Unidos (WERTSCH, 1998).

- Nosso objetivo neste trabalho é trazer as contribuições de Wertsch para estudarmos as formas de domínio e a apropriação dos conceitos de funções elementares mediados por computador no ambiente de ensino.

O termo sociocultural é utilizado por Wertsch na pretensão de entender como a ação mental está situada no contexto cultural, histórico e institucional. Wertsch alerta que se deve tomar cuidado em utilizar o termo sociocultural, pois as dimensões históricas podem receber

pouca atenção, mas deixar de incorporar a palavra cultural pode trazer maiores prejuízos, tal como reduzir as diferenças culturais a diferenças históricas (WERTSCH, 1991b, p.16).

Consideremos um exemplo adaptado de Pereira e Ostermann (2012), onde se considera a internet como uma ferramenta cultural que surgiu recentemente. Suponha que um professor universitário de Matemática queira indicar um livro sobre o aprender Matemática com o GeoGebra, porém ele não se lembra do título e rapidamente acessa a internet do smartphone, indo até um site de busca e digitando as seguintes palavras-chave: livro e GeoGebra. Logo aparece uma lista de links que o direcionam para sites de vendas de livros. Ao acessar um desses sites, é exibido um catálogo com vários títulos, no qual é possível localizar aquele que ele estava procurando. Portanto, quem lembrou o título, o professor ou a internet acessada por meio do smartphone. A princípio, parece ter sido o professor, pois ele é o agente ativo dessa ação e, sem ele, a internet não funcionaria. Porém, ele não foi capaz de lembrar-se do título do livro sem a ajuda da internet, mas a internet não pode levar todo o

mérito porque ela sozinha não realizaria a ação. Considerando a aproximação sociocultural, do ponto de vista da ação mediada, tanto o agente como a ferramenta cultural estavam envolvidos na ação, então é mais adequado falar que o professor agindo com a internet (acessada do smartphone) lembraram do título do livro. Outros exemplos podem ser utilizados para ilustrar a irredutibilidade da ação mediada, porém não nos estenderemos, alguns destes podem ser encontrados em Wertsch (1998, p.28) e Pereira e Ostermann (2012, p.27) sobre o ensino de Matemática básica.

É importante salientar que a ferramenta por si só não possui e nem executa nenhuma ação, é necessária uma pessoa habilidosa que, ao usar tais meios mediacionais, consiga produzir significados com sua aprendizagem (WERTSCH, 1998). Além disso, Martins e Moser (2012 p.12) alertam que o "significado está na utilização da palavra realizada pelas pessoas. Os meios são opacos por si sós: dependem do contexto, da cultura e da utilização que se faz deles". Esses meios mediacionais ou ferramentas culturais alteram a ação humana e as estruturas psicológicas, trazendo grandes implicações na maneira como são utilizadas. A posição que Wertsch defende sobre o significado e o propósito das ferramentas culturais está vinculada às ideias de Zinchenko (1985), o qual refazem uma leitura de Vigotski sobre o significado atribuído aos signos como ferramentas psicológicas. Assim como Wertsch, Zinchenko também se apoia em Bakhtin e "observa que nem toda ferramenta é dotada de significado, mas pode sim, ser dotada de propósito. Assim, as ações podem ser mediadas por ferramentas desprovidas de significado, mas plenas de propósitos" (GIORDAN, 2008, p.77). Por isso, podemos dizer que as ferramentas são dotadas de significados quando as utilizamos para uma determinada finalidade em que esses significados sejam internalizados pelo sujeito, e caso não ocorra a internalização dessa atividade, a ferramenta poderá ser manipulada "mecanicamente" e estará provida apenas de propósito, isto é, será utilizada, por exemplo, apenas para executar uma tarefa que foi estabelecida, mas o sujeito não entende os conceitos ali estabelecidos.

Nesse sentido é que Wertsch adota a ação mediada como unidade de análise para estudar os processos mentais, deixando claro que a ação interna não deve ser separada da ação externa, onde "o processo de internalização é aquele pelo qual ocorre a formação de uma estrutura interna e não a transferência da atividade externa ou de signos e ferramentas para um plano interno preexistente."(GIORDAN, 2008, p.78).

Em resumo, Wertsch apresenta a ação mediada no estudo da consciência humana, expondo as limitações da abordagem semiótica por meio de Zinchenko. Já em Vigotski, Wertsch reforça o uso do signo em detrimento de outras ferramentas, destacando as questões socioinstitucionais para demarcar as propriedades semióticas.

Em se tratando do uso de instrumentos, o domínio ocorre em saber como utilizá-los para o propósito ao qual foi destinado. Por exemplo, suponha o uso de um simulador computacional para explicar os estados físicos da água; então, aprender a manusear corretamente a ferramenta para explanar sobre as mudanças de estado caracteriza-se como domínio, pois essa ferramenta foi perfeitamente utilizada para o propósito para o qual foi designada. Caso a ferramenta seja utilizada em outro contexto, como, por exemplo, explicar fenômenos geográficos que envolvam as mudanças de estado da matéria, esse processo é característico da apropriação. Aqui, foi tomado para si o que pertencia ao outro, ou seja, a ferramenta foi utilizada a partir do propósito para o qual ela havia sido designada para outro de interesse exclusivo do agente. É importante salientar que o domínio e a apropriação se referem às ferramentas culturais e, como descrito anteriormente, elas podem ser físicas (computador, livros, objetos de aprendizagem) e não físicas (palavra, signos, enunciados e inclusive os conceitos). Desse modo, fica entendido que pode ocorrer o domínio, mas nem sempre ocorre a apropriação.

Neste trabalho, nossa questão de pesquisa é o significado do conceito e o nível de domínio e de apropriação ao utilizarem o computador e o software GeoGebra. Para tanto, será impossível analisar essas questões e deixar passar despercebido o processo de domínio e apropriação, tendo em vista que tanto os conceitos como os objetos (computador e GeoGebra) fazem parte do "kit de ferramentas" (ou caixa de ferramentas) culturais e podem transformar a ação dos sujeitos.

Existe um consenso, entre os professores e pesquisadores na área de educação, de que a introdução pura e simples do computador na escola, não tem o poder de mudar a qualidade da educação; em concordância com Cotta Júnior (2002, p.44).

> [...] a introdução do computador deve vir acompanhada de mudanças adequadas na orientação pedagógica da educação, sem o que o computador torna-se apenas mais uma sofisticação tecnológica, que faz parecer que a escola tornou-se mais moderna, mas que não traz nenhum benefício prático para a educação.

Entretanto, pode-se afirmar que o uso adequado do computador é uma poderosa ferramenta na melhoria da qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem. Assim, é necessário planejar com muita intencionalidade o seu uso dentro de uma metodologia que potencialize as suas utilidades. Pensando desta maneira, idealizamos as atividades que compuseram a sequência didática proposta aos estudantes neste trabalho. Portanto, ressaltamos que em nossa abordagem não se busca uma melhor transmissão de conteúdo, nem a informatização do processo ensino-aprendizagem, mas sim uma transformação educacional. Tal transformação deve significar uma mudança de paradigma e favorecer a formação de cidadãos mais críticos com autonomia para construir o próprio conhecimento. Mais ainda, que possam participar da construção de uma sociedade mais igualitária e com melhor qualidade de vida. Acreditamos que o uso de computadores na educação potencializa tais mudanças.

Para além do cuidado com a forma de abordagem das novas tecnologias, nos preocupa, por vezes, a resistência e a deficiência na formação dos futuros professores de Matemática quanto ao uso das NTICs, visto que muitas vezes passam todo o curso de graduação sem o devido contato e sem refletir em suas concepções.

Favoravelmente ao processo de transformação da educação, temos que os estudantes, por crescerem em uma sociedade permeada de recursos tecnológicos, são hábeis manipuladores da tecnologia, mesmo aqueles pertencentes às classes menos favorecidas econômica e socialmente. Naturalmente, a percepção deles sobre tais recursos é diferente da percepção dos seus professores, que cresceram em uma época de pouco convívio com a tecnologia, assim os estudantes se familiarizaram mais rapidamente com tais recursos.

O professor que foi preparado para usar o computador como uma máquina de transmissão de informações através de softwares, muitas vezes se questiona sobre o papel que tem desenvolvido no processo atual de ensino e aprendizagem, bem como, qual será o futuro de sua profissão, uma vez que afloram na sociedade outros espaços de conhecimento e de aprendizagem fora do ambiente escolar.

Mesmo o professor preparado para utilizar o computador para a construção do conhecimento é obrigado a se questionar constantemente, pois, geralmente se vê diante de um equipamento cujos recursos não consegue dominar em sua totalidade. Além disso, precisa compreender e investigar os temas ou questões que surgem no contexto e que se transformam em desafios para sua prática – uma vez que nem sempre são de seu pleno domínio, tanto no que diz respeito ao conteúdo quanto à sua estrutura.

Tais reflexões podem estar resultando numa grande resistência de muitos professores em utilizarem e incorporarem em sua prática pedagógica as novas tecnologias e, em especial, os computadores e notebooks. As atuais exigências que o enfrentamento da pandemia da

Covid-19 impôs à categoria, certamente trarão bons resultados na relação dos professores com as tecnologias, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Acreditamos que, a partir desse momento, as reflexões e alterações significativas na formação inicial dos professores serão muito ampliadas, resultando numa formação que articula a prática, a reflexão, a investigação e os conhecimentos teóricos requeridos para promover uma transformação na ação pedagógica.

3. METODOLOGIA

O trabalho foi realizado no Laboratório Didático do Departamento de Matemática da UNESP/Bauru com computadores e notebooks, e auxílio do software GeoGebra com o objetivo de entendermos as dificuldades na realização das atividades propostas sobre funções polinomiais. A tentativa de compreensão mais detalhada dos significados e situações são características da pesquisa qualitativa. Essa abordagem de pesquisa privilegia a compreensão dos comportamentos, dos valores, das crenças, das representações, das opiniões e das atitudes. O pesquisador investiga o sujeito com o intuito de compreender suas experiências ou como eles as interpretam e o modo como se estrutura o ambiente que convivem (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

A estratégia de pesquisa utilizada foi o estudo de caso qualitativo, pois segundo Platt (1992) citado por Godoy (2010), esse tipo de estudo tem a característica fundamental de envolver a busca por significados que são atribuídos pelos sujeitos às suas vivências e experiências pessoais.

Para a etapa da coleta de dados registrou-se o áudio das falas e o vídeo da tela de computador (com o apoio do software OBS - Open Broadcaster Software) (https://obsproject.com/pt-br) onde ocorreram as manipulações do GeoGebra. Essa forma de conduzir a coleta de dados teve como objetivo coletar as descrições, conversas e diálogos, bem como seus apontamentos na forma escrita e familiarização com o GeoGebra, com o intuito de preservar os dados a serem analisados (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Para que essa coleta de dados oferecesse os subsídios necessários a participação dos alunos foi planejada de acordo com o termo de consentimento livre e esclarecido, assinado antes do desenvolvimento das atividades.

Os alunos foram organizados em duplas, com exceção de um trio, de forma que pudessem interagir ao realizar as atividades. Para registrar esta interação, os áudios de cada grupo foram gravados e as telas durante todas as atividades também, assim poderíamos ouvir e ver o que estavam fazendo ao mesmo tempo. Além disso, os alunos registravam as respostas de suas conclusões em uma folha de respostas entregue a eles. Assim, tínhamos o registro das conversas, as imagens do que estavam fazendo no GeoGebra e como formalizaram suas conclusões por escrito. Participaram 9 alunos do primeiro ano da Licenciatura em Matemática, sendo 5 do sexo masculino e 4 do sexo feminino com idade média de 21 anos. Somente um aluno era graduado (FATEC), e todos os alunos possuem computador/notebook com acesso à internet em suas casas. Um único aluno respondeu conhecer o GeoGebra, através de demonstrações realizadas pelo seu professor do Ensino Médio.

Para finalizar a análise, realizamos uma entrevista, após um ano do encontro, que foi gravada em áudio sobre a percepção do ponto de vista deles (alunos) das atividades realizadas e se haviam dado continuidade na utilização do GeoGebra e os recursos computacionais em outras disciplinas ou não. Nessa entrevista/conversa nossa ideia foi dar um retorno aos alunos do que haviam realizado, de algumas percepções que tivemos e procurar analisar o efeito da mediação causado nos mesmos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Tivemos a participação de 9 alunos que foram divididos em três duplas e um trio de acordo com a afinidade existente entre eles. Inicialmente, apresentamos o termo de consentimento a eles e após todos concordarem iniciamos mostrando como eles deveriam proceder para que suas atividades fossem gravadas no OBS.

Exposto isso, disponibilizamos uma folha de atividades com alguns comandos básicos do GeoGebra que utilizamos na atividade proposta do dia. Os alunos foram reconhecendo os comandos sem preocupação com tempo e demoraram entre 40 min a 50 min nesta atividade. Em seguida, entregamos a folha com a atividade (Figura 1) proposta e a folha que chamamos de caderno de registros.

Figura 1: Imagem da folha de atividades

ATIVIDADE COM FUNÇÃO QUADRÁTICA – 19/05/2017

Atividade 1

1. No campo "Entrada" digite a função $f(x) = ax^2 - 1$
2. Como "a" não foi definido, será criado um controle deslizante para valores possíveis de "a"
3. Movimente o controle deslizante de "a" para variar os valores do mesmo e observe os gráficos de acordo com os valores do parâmetro "a"
4. Que conclusões você tira sobre os gráficos? Anote as observações do grupo no caderno de registros.
5. **Salve o gráfico com o nome: 2017_Projeto Funções Elementares Atividade 01_Grupo *"número do seu grupo"***
6. Qual o domínio e a imagem desta função? Você consegue generalizar o domínio e a imagem de acordo com os valores do parâmetro "a"? Anote no caderno de registros de seu grupo.
7. Coloque o controle deslizante em 1. Existem raízes reais para a função $f(x)$? (OBS.: Utilize o comando Raiz[*função, valor inicial, valor final*] = Raiz[*f*,-10,10] para determinar as raízes da função *f*)
8. **Salve o gráfico com o nome: 2017_Projeto Funções Elementares Atividade 02_Grupo *"número do seu grupo"***
9. Voltando à função $f(x) = ax^2 - 1$, existe uma expressão para se determinar as raízes? Qual? Desenvolva isso em seu caderno de registros.
10. Movimente o controle deslizante. Observe o que acontece e anote suas observações no caderno de registros.
11. Digite, agora, no campo "Entrada" a função $g(x) = \sqrt{x}$ (g(x)=sqrt(x))
12. Faça a função composta $h(x) = g \circ f(x) = \sqrt{ax^2 - 1}$
13. Movimente o controle deslizante de "a" para variar os valores do mesmo e observe os gráficos de acordo com os valores do parâmetro "a".
14. Que conclusões você tira sobre os gráficos? Anote suas observações no caderno de registros.
15. Qual o domínio e a imagem destas funções? Você consegue generalizar o domínio e a imagem de acordo com os valores do parâmetro "a"?
16. Quais as semelhanças e diferenças entre os domínios e a imagens das três funções, f, g e h? Anote em seu caderno de registros.
17. Coloque o controle deslizante em 1. Existem raízes reais para essas duas funções? (Utilize o comando Raiz[*função, valor inicial, valor final*] para determinar as raízes das funções *g* e *h*, caso existam.)
18. Movimente o controle deslizante. Observe o que acontece e anote suas observações no caderno de registros.
19. Caso vocês tenham obtido raízes para as duas funções, compare-as e explique o que está acontecendo e por quê.
20. **Salve o gráfico com o nome: 2017_Projeto Funções elementares Atividade 03_Grupo *"número do seu grupo"***
21. Digite, agora, no campo "Entrada" a função $q(x) = \sqrt[3]{ax^2 - 1}$; (Lembre-se que a raiz cúbica pode ser dada pela potência 1/3)
22. Movimente o controle deslizante de "a" para variar os valores do mesmo e observe os gráficos de acordo com os valores do parâmetro "a".
23. Que conclusões você tira sobre os gráficos? Anote suas observações no caderno de registros.
24. Existem raízes reais? Existe uma expressão para se determinar as raízes? Qual?
25. Compare as raízes das funções *f, h e q* .
26. Qual o domínio e a imagem desta função? Você consegue generalizar o domínio e a imagem de acordo com os valores do parâmetro "a"?
27. Qual as semelhanças e diferenças entre os domínios e imagens dessas funções?
28. **Salve o gráfico com o nome: 2017_Projeto Funções Elementares Atividade 04_Grupo *"número do seu grupo"***

Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

Ao analisar os vídeos com os áudios deste encontro, encontramos uma diferença entre os grupos no sentido de independência e conhecimento prévio dos assuntos abordados, uma vez que as funções estudadas já deveriam ser do conhecimento deles, pois são vistas no ensino médio.

Na tarefa de reconhecimento do software tivemos as seguintes observações:

Grupo 1

- buscam entender os comandos testando e retestando várias vezes;

- têm uma excelente interação, conversando bastante para entrarem em um consenso e esclarecerem suas dúvidas;

- possuem bom domínio dos conceitos matemáticos básicos estudados na atividade.

Grupo 2

- menos independentes que o grupo 1 em relação ao software (solicitaram 3 vezes a ajuda do professor para entenderem determinado comando);

- existe uma diferença de idade maior entre os participantes desta dupla e por isso, a aluna mais nova "confia" na aluna mais velha, em relação às dúvidas;

Grupo 3

- no reconhecimento do software, analisavam o comando antes de digitar tentando entender o que o comando faria;

- exploraram bastante o recurso do zoom para observarem onde ocorriam as intersecções de gráficos com os eixos coordenados;

- único grupo que percebeu a mistura de cor dos gráficos na composição de funções.

Grupo 4

- único grupo com três participantes, mas um dos membros participou menos que os demais;

- utilizaram uma versão do GeoGebra diferente (os ícones tinham uma apresentação diferente, mas com as mesmas funções) dos demais e utilizaram um notebook ao invés de um desktop;

- exploraram bem os comandos de reconhecimento do software.

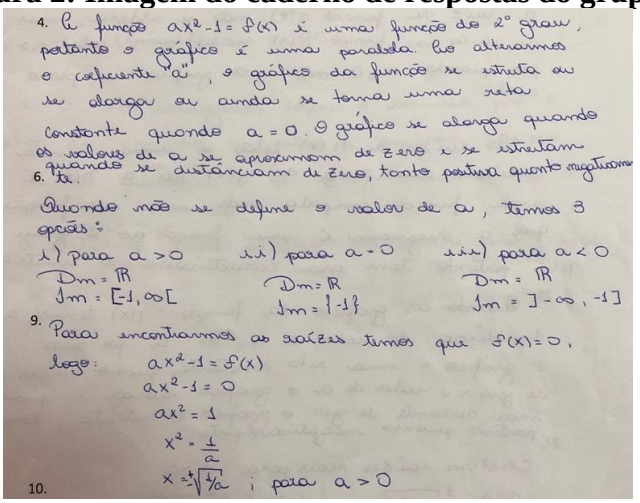
Uma observação interessante em relação a todos os grupos ocorreu numa atividade de reconhecimento do software GeoGebra, onde deveriam digitar uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$, delimitando o domínio da mesma de x_1 a x_2 através de controles deslizantes para

os parâmetros a, b, c, x_1 e x_2. Ocorreu que ao criar os controles deslizantes de x_1 e x_2, eles assumiram o valor numérico igual a um. Quando foi digitada a expressão da função, não aparecia nenhum gráfico na tela do GeoGebra, já que não existia intervalo de domínio para isso. Todos os grupos demoraram a entender que x_2 deveria ser maior que x_1 para a existência do gráfico; para isso deveriam mover os controles deslizantes de x_1 ou x_2. Apagavam o comando e redigitavam de novo, acreditando que haviam feito algo de errado. O interessante deste fato, aparentemente simples, é que isso não ocorre no caderno ou na lousa, pois estamos habituados a desenhar o gráfico (se soubermos como é) sem pensar no domínio da função. Esta instabilidade criada nesta situação mostrou a importância de se analisar o que está sendo feito e pensar a respeito do porquê não estava sendo mostrado o gráfico, o que não ocorreria sem o software.

REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA
INTERNACIONAL DO RIO GRANDE DO NORTE

Nos itens 1 a 10 da atividade proposta, pedimos aos alunos que digitassem a função $f(x) = ax^2 - 1$, e explorassem as variações quanto a forma dos gráficos, domínio, imagem, raízes e generalizações possíveis, a partir do parâmetro a da função. O grupo 1 utilizou o software para explorar as variações de forma do gráfico e perceber as raízes. Discutiram as questões de forma bastante objetiva e formalizaram muito bem as respostas de todas as questões propostas como podemos observar na Figura 2.

Figura 2: Imagem do caderno de respostas do grupo 1

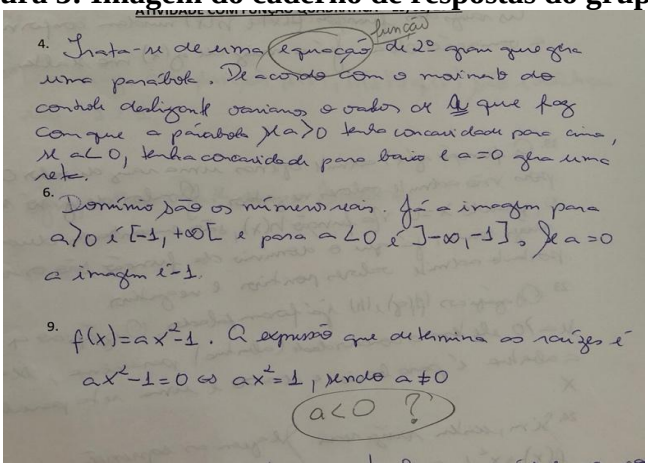

4. A função $ax^2-1 = f(x)$ é uma função do 2° grau, portanto o gráfico é uma parábola. Ao alterarmos o coeficiente "a", o gráfico da função se estreita ou se alarga ou ainda se torna uma reta constante quando $a = 0$. O gráfico se alarga quando os valores de a se aproximam de zero e se estreitam quando se distanciam de zero, tanto positivo quanto negativo.
6. Quando não se define o valor de a, temos 3 opções:
i) para $a > 0$ — $Dm = \mathbb{R}$, $Im = [-1, \infty[$
ii) para $a = 0$ — $Dm = \mathbb{R}$, $Im = \{-1\}$
iii) para $a < 0$ — $Dm = \mathbb{R}$, $Im =]-\infty, -1]$
9. Para encontrarmos as raízes temos que $f(x) = 0$, logo:
$ax^2 - 1 = f(x)$
$ax^2 - 1 = 0$
$ax^2 = 1$
$x^2 = \frac{1}{a}$
10. $x = \pm\sqrt{1/a}$; para $a > 0$

Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

O grupo 2 também trabalhou bem as questões, mas cometeram alguns enganos na formalização das respostas e também nas falas. Confundiram equação com função e na expressão da generalização das raízes da função escreveram uma equação que não poderia ser resolvida com o parâmetro a negativo, ($ax^2 = 1$) onde tomaram o cuidado de definir que $a \neq 0$, mas se a for negativo a equação não terá raízes reais. Isso mostra que a exploração do software não consegue esclarecer algumas dificuldades de conhecimento de base Matemática, mas com atividades deste tipo, podemos identificar estes erros de maneira mais fácil que somente na aula tradicional onde o professor apenas expõe o conteúdo. Assim, acreditamos ser este o melhor caminho no sentido de um melhor processo de ensino e aprendizagem. Este grupo apresentou uma certa dificuldade em definir o domínio e a imagem da função e utilizaram o gráfico no GeoGebra para compreender, além de pedirem "ajuda" ao grupo 1 sobre a diferença entre domínio e imagem de uma função. Mesmo com a ajuda, não conseguiam entender se o intervalo da imagem era aberto ou fechado no valor -1. Recorreram ao gráfico gerado pelo software aplicando "zoom" para ver se era próximo de -1 ou atingia o

valor -1. Mesmo observando no gráfico, uma aluna dizia que poderia ser muito próximo e não tocar (ideia de limite, sendo que não tiveram a disciplina de Cálculo ainda). Outro fato interessante na "conversa" desta dupla foi em determinado momento uma das alunas "culpar" não saberem o domínio e a imagem da função porque não haviam visto este assunto na aula de Funções Elementares (Figura 3).

Figura 3: Imagem do caderno de respostas do grupo 2



Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

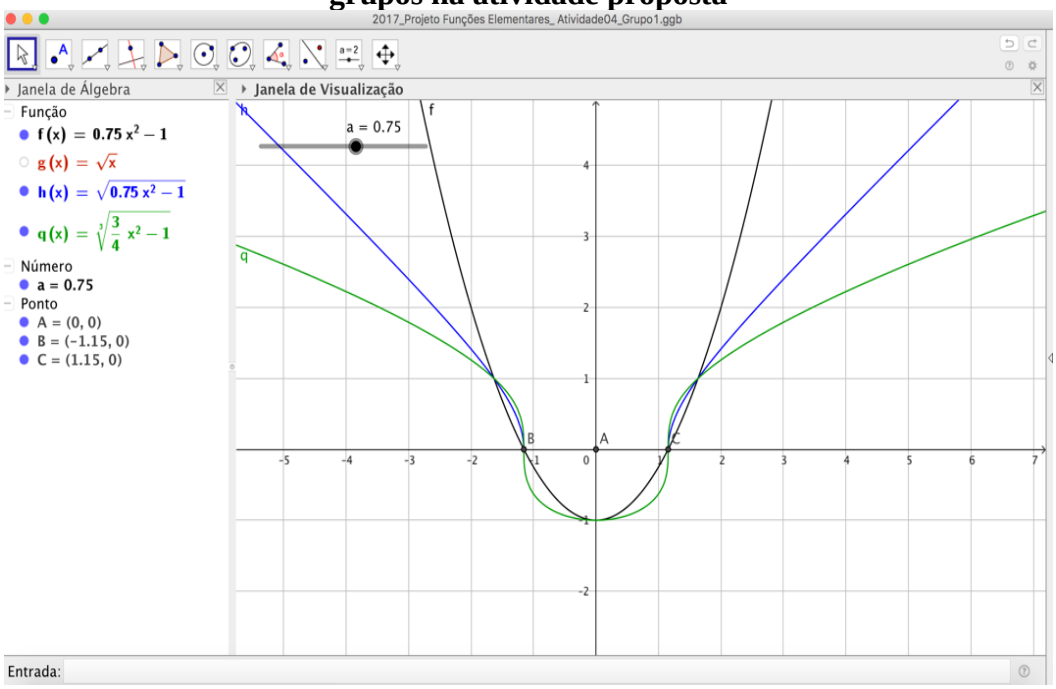
O grupo 3 teve dificuldade em definir o domínio e a imagem da função. Através do áudio e da formalização escrita, confundem o domínio com a imagem da função. Assim concluíram que como não havia restrições para *x*, a imagem seria todo o conjunto dos números reais. Neste caso, o gráfico gerado no software não ajudou a dupla a entender, pois havia uma dúvida na definição de domínio e imagem no grupo. Assim a construção de significados dos conceitos não ocorreu da forma como pretendíamos nesta parte do trabalho. Para encontrar as raízes da função, utilizaram o GeoGebra para confirmar o que estavam pensando e formalizando no caderno de respostas e interagiram muito bem entre si.

É importante observarmos, que a interação, os meios mediacionais inseridos, os conhecimentos prévios e os conceitos outrora estudados, passaram a influenciar de maneira significativa a produção de novos significados e algumas ideias começaram a ser reformuladas. Portanto, não podemos falar em produção de significados dos conceitos apenas, considerando as ideias dos alunos no momento presente e num contexto isolado, sendo mais adequado nos referirmos aos estudantes agindo com ferramentas socioculturais (WERSTCH, 1991a, 1991b, 1998). Giordan (2008, p.292) ainda alerta que:

> O que se inicia em um contexto situacional de uma atividade conjunta, mais tarde se torna contexto mental compartilhado de uma experiência, permitindo que o professor e alunos continuem o processo de elaboração de ideias apenas por meio da fala, da escrita ou de outras linguagens. Neste movimento da sala de aula, a atividade e o discurso do passado tornam-se contexto mental compartilhado no presente.

Para finalizar a atividade deste dia, propusemos o estudo da função $q(x) = \sqrt[3]{ax^2 - 1}$ e da mesma forma analisaram os gráficos, domínio e imagem além de compararem esta função com as funções trabalhadas anteriormente (Figura 4). Nossa ideia ao pensar nesta finalização era que os alunos compreendessem as restrições em relação ao domínio, entendessem um pouco das formas possíveis de gráficos a serem formados e relacionassem à imagem das funções. Como a raiz cúbica de um número real sempre existe, acreditamos que eles poderiam relacionar esse fato a função de q(x) e entendessem assim o porquê das restrições do domínio que nem sempre são todos os números reais. Esperávamos que relacionassem as raízes das funções anteriores, os domínios e imagens e conseguissem generalizar domínio e imagem de todas as funções em função do parâmetro *a*.

Figura 4: Imagem dos gráficos de f(x), g(x) e q(x) gerados no GeoGebra por um dos grupos na atividade proposta



Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

O grupo 1 atendeu as expectativas que tínhamos no início ao propor a atividade. Existia uma ótima interação entre eles e utilizavam muito bem o GeoGebra para tirar suas

conclusões e resolver possíveis dúvidas que surgiam. Acreditamos que isso aconteceu devido ao fato de os alunos possuírem bom domínio dos conceitos abordados e assim a atividade criou instabilidades que foram esclarecidas analisando as funções e suas respectivas variações na forma. Isto dificilmente teria acontecido sem a mediação do computador e com o software, pois seria muito complicado eles entenderem as formas dos gráficos, por exemplo, sem um conhecimento maior das ferramentas de Cálculo como limites e suas derivadas para estudarem pontos de máximo, mínimo e inflexão.

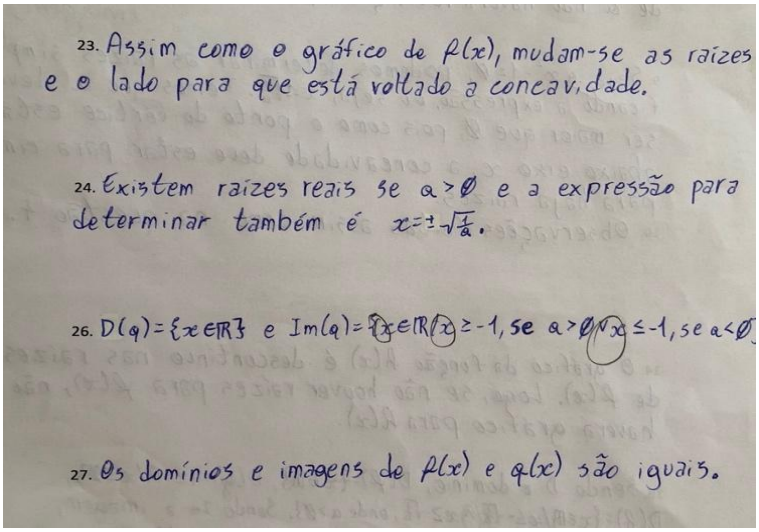
Generalizaram muito bem as raízes, domínio e imagens da função q(x) em função do parâmetro *a* e relacionaram as funções anteriores com bastante convicção e segurança.

No grupo 2 pudemos notar um certo cansaço ao final da atividade em que as alunas discutiam as questões e utilizavam bem o software para suas conclusões, mas não passavam tudo para o caderno de respostas. Além do aparente cansaço continuou um pouco da falta de atenção (ou concentração talvez), pois no item 26 respondem corretamente o domínio e a imagem de q(x), mas no item seguinte voltam a afirmar que a imagem de f(x) e q(x) são todos os números reais, contradizendo o que estava registrado tanto no item anterior como na tela do GeoGebra da atividade salva por elas.

O que percebemos com este grupo é que alguns alunos começam a ficar muito impacientes mesmo com uma atividade que exigia atenção e não fosse tão monótona, mas que não era resolvido em poucos minutos. Talvez os integrantes deste grupo fossem alunos mais acostumados com a aula tradicional e a forma mecânica de sempre resolver alguns exemplos semelhantes ao exposto na aula sem ter muita interpretação e participação na resolução e discussão do que foi ensinado.

O grupo 3 ao verem o gráfico gerado no GeoGebra, concluíram que a função tinha o mesmo comportamento da função f(x) e por isso responderam com certa rapidez as questões da atividade não se atentando muito em compará-la com todas as outras funções estudadas traçando assim semelhanças e diferenças e o porquê de cada uma destas propriedades. Novamente têm a ideia correta da imagem da função (assim como aconteceu anteriormente), mas registraram erroneamente como podemos observar na Figura 5.

Figura 5: Imagem do caderno de respostas do grupo 3



23. Assim como o gráfico de $f(x)$, mudam-se as raízes e o lado para que está voltado a concavidade.

24. Existem raízes reais se $a > \emptyset$ e a expressão para determinar também é $x = \pm\sqrt{\frac{1}{a}}$.

26. $D(q) = \{x \in \mathbb{R}\}$ e $Im(q) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -1$, se $a > \emptyset \vee x \leq -1$, se $a < \emptyset$

27. Os domínios e imagens de $f(x)$ e $q(x)$ são iguais.

Fonte: Elaborado pelos autores (2021)

O grupo 4 discutiu bastante as questões de semelhanças e diferenças das funções e conseguiu expressar bem suas ideias na formalização registrada no caderno. Foi o único grupo que registrou que para encontrar as raízes de h(x) e q(x) bastaria encontrar as raízes de f(x) desde que o parâmetro *a* fosse positivo.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho se propôs a investigar como ocorre a produção de significados dos estudantes de licenciatura em Matemática utilizando uma sequência de atividades propostas com o software GeoGebra, visando verificar o nível de domínio e apropriação dos conceitos de funções de uma variável com a ação mediada por computador.

Assim, partindo do pressuposto, motivação inicial desta pesquisa, que o estudo de funções é de suma importância para o bom entendimento de disciplinas futuras, como Cálculo Diferencial e Integral por exemplo, entendemos que pesquisas que se dedicam a analisar como ocorre a produção de significados dos alunos sobre os conceitos relacionados à referida teoria pode proporcionar novos olhares em direção a perspectivas diferentes das tradicionalmente utilizadas nos cursos introdutórios de Matemática. Dessa maneira, interpretamos que tratar dessas questões de modo mais próximo da realidade deles nos dias de hoje, na qual o aluno aprende a utilizar recursos tecnológicos que os levem a pensar mais do que reproduzir e investigar ao invés de decorar, seja um caminho que as escolas tendem a seguir cada vez mais.

As atividades com o GeoGebra contribuíram para a experimentação, a criação de estratégias, a produção de conjecturas, a argumentação qualitativa e a dedução de propriedades matemáticas relativas a conteúdos matemáticos do Ensino Médio e, mais especificamente, as funções elementares. Assim, a abordagem Matemática no GeoGebra ofereceu aos futuros professores atividades que permitissem que este tipo de exploração fosse realizado.

O que pudemos concluir com o trabalho realizado foi que os alunos com mais base teórica exploram mais os recursos tecnológicos conseguindo um aprofundamento maior dos conteúdos estudados. Apresentam, ainda, um detalhamento maior em suas explicações e cometem menos erros de notação ao escreverem matematicamente.

Apesar de estarmos trabalhando com funções, assunto já estudado pelos mesmos no Ensino Médio e na disciplina do curso de Licenciatura, notamos muitos erros conceituais e muitas dúvidas ainda presentes nos alunos. Notou-se também muitos erros, por falta de atenção na forma de escrever e salientamos na discussão dos resultados que devemos tentar minimizar estas falhas que podem se propagar já que estamos tratando com os futuros professores de Matemática.

A divisão dos alunos em grupos também foi um fator positivo para o desenvolvimento das atividades, uma vez que possibilitou a exploração, investigação e discussão dos assuntos que estavam sendo estudados resultando, de forma geral, em uma maior apropriação e domínio dos conceitos. Isto pôde ser observado nos áudios dos alunos muitas vezes quando citam que estavam entendo naquele momento o que não haviam entendido na sala de aula, além de dizerem que seria muito mais fácil se nas aulas tivessem estes recursos. Por outro lado, grupos com 3 alunos possibilitam que algum dos alunos, se um deles não demonstrar interesse, participe menos ou simplesmente nem participe deixando as discussões para os outros dois membros do grupo, mas este é um fator que não podemos ter controle.

Sabemos da dificuldade, no dia a dia da sala de aula com uma quantidade maior de alunos e de diferentes níveis de conhecimento, de se trabalhar desta forma e ainda mais com uma ementa a ser seguida. Poderíamos pensar em trabalhar de forma paralela com o uso de um ambiente virtual de aprendizagem com o objetivo de motivar e facilitar o entendimento das disciplinas do curso, principalmente as disciplinas de nivelamento onde não se tem muito tempo e por outro lado existe muito conteúdo para ser abordado considerando que os discentes já tenham visto o mesmo no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

BITTAR, M. O uso de softwares educacionais no contexto da aprendizagem virtual. In: CAPISANI, Dulcimira. Educação e arte no mundo digital. Universidade Federal do Mato Grosso Sul, Campo Grande, 2001. p.77.

COSTA, H.R. Investigando a produção de significados sobre os números quânticos, as formas dos orbitais e as transições eletrônicas do modelo quântico por meio das ferramentas socioculturais. Tese de doutorado - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, Bauru 2016.

COTTA JÚNIOR, A. Novas Tecnologias Educacionais no ensino de Matemática: estudo de caso – Logo e do Cabri-Géométre. 2002. 256 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

GIORDAN, M. Computadores e linguagens nas aulas de ciências. Ijuí: Unijuí, 2008.

KENSKI, V.M. Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação. 3ed. Campinas: Papirus, 2007.

LIBÂNEO, J. C. O processo de ensino na escola. São Paulo: Cortez, 1994. P. 77- 118

LIBÂNEO, J. C. Os métodos de ensino. São Paulo: Cortez, 1994. P. 149-176

MARTINS, O. B. ; MOSER, A. . Conceito de mediação em Vygotsky, Leontiev e Wertsch. Intersaberes (Facinter), v. 7, p. 8-28, 2012.

MORAN, J.M. et al. Novas Tecnologias e mediação pedagógica. Campinas, Papirus, 2000.

PEREIRA, A. P DE; OSTERMANN, F. A aproximação sociocultural a mente, de James V. Wertsch, e implicações para a educação em ciências. Ciência e Educação, v. 18, n. 1, p. 23-29, 2012.

WERTSCH, J. V. Commentary on J. A. Lawrence and J. Valsiner "Conceptual roots of internalization: from transmission to transformation". Human Development, Berkley, v. 36, n. 3, p. 168-171, 1993.

_____. Mind as action. New York: Oxford University Press, 1998.

_____. Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action. Cambridge: Harvard University Press, 1991b.

WERTSCH, J. V. Commentary on I. Arievitch and R. van der Veer "Furthering the internalization debate: Gal'perin's contribution". Human Development, Berkley, v. 38, n. 2, p. 127-130, 1995.

WERTSCH, J. V. A sociocultural approach to socially shared cognition. In: RESNICK, L. B.; LEVINE, J. M.; TEASLEY, S. D. (Org.). Perspectives on socially shared cognition. Washington: American Psychological Association, p. 85-100, 1991a.

_____. Vygotsky y la formación social de la mente. Buenos Aires: Paidós, 1985. WERTSCH, J. V; DEL RIO, P.; ALVAREZ, A. Estudos socioculturais da mente. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZINCHENKO, V. P. Vygotsky' s ideas about units for the analysis of mind. In WERTSCH, J. V (Eds.). Culture, Communication and Cognition. New York, USA: Cambridge Uni. Press, 1985, p.94-118.

REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA
INTERNACIONAL DO RIO GRANDE DO NORTE

REPRESENTAÇÕES E RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES 2 x 2 COM INSTRUMENTOS MANUAIS E COM O SOFTWARE GEOGEBRA

KÉZIA CRISTIANE DE MENDONÇA PEREIRA [1]
MIQUÉIAS RODRIGUES BARBOSA [2]
EMANUEL GOMES LOURENÇO[3]
RICARDO ANTÔNIO FAUSTINO DA SILVA BRAZ[4]

RESUMO

O presente artigo discorre sobre o desenvolvimento de uma aula inédita ocorrida em uma turma da segunda série do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de ensino do Rio Grande do Norte. A aula abordou o conteúdo de resolução de sistemas lineares do tipo 2 x 2 e objetivou, fundamentada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, proporcionar aos estudantes o conhecimento da representação geométrica das equações lineares com duas incógnitas e a determinação da solução de um sistema 2 x 2, sem a necessidade da realização dos tradicionais cálculos algébricos. Além disso, durante a realização da aula, utilizou-se o aplicativo GeoGebra para smartfones para dar suporte aos estudantes na correção das atividades desenvolvidas. Como resultados, observou-se que, a realização da aula proporcionou aos estudantes envolvidos a oportunidade de conhecer e utilizar outros registros para representar e resolver sistemas lineares 2 x 2.

Palavras-Chave: Registro de representação semiótica. Sistemas lineares 2 x 2. Software GeoGebra.

ABSTRACT

This article discusses the development of an unprecedented class that took place in a in a 2nd grade high school class at a state school in Rio Grande do Norte. The class addressed the resolution content of linear systems of type 2 x 2 and seeked, based on Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Records, to provide students with the knowledge of the geometric representation of linear equations with two unknowns and the determination of the solution of a 2 x 2 system without the need to perform algebraic calculations. In addition, during the class, used the GeoGebra application for smartphones to support students in correcting the activities developed. As a result, it was observed that the realization of the class provided the students involved with the opportunity to know and use other records to represent and solve 2 x 2 linear systems.

[1] Instituto GeoGebra Internacional do Rio Grande do Norte (IGIRGN) - keziacrist.m.p@gmail.com
[2] Instituto GeoGebra Internacional do Rio Grande do Norte (IGIRGN - miqueiasrbarbosa42@gmail.com
[3] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN) – emanuel.lourenco@ifrn.edu.br
[4] Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA) – ricardobraz@ufersa.edu.br

Keywords: Registration of semiotic representation. linear systems 2 x 2. GeoGebra software.

1 INTRODUÇÃO

O estudo dos sistemas lineares do tipo 2 x 2 é um tema bastante abordado na educação básica. Tal estudo, evidencia o papel social da Matemática uma vez que aponta soluções para diversos problemas de natureza prática existente no cotidiano e se constitui um tema bastante abordado, mesmo que essa abordagem ocorre tradicionalmente por meio de processos algébricos sem nenhuma vinculação ao envolvimento da geometria.

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento oficial norteador dos conteúdos abordados na Educação Básica, aponta entre as competências a serem desenvolvidas pelos estudantes do Ensino Médio, na área de Matemática, a compreensão e utilização, com flexibilidade e precisão de diferentes registros de representação matemáticos como o algébrico, o geométrico, o estatístico e o computacional, na busca de solução e comunicação de resultados de problemas (BRASIL, 2018).

Frente ao contexto, o presente artigo apresenta o desenvolvimento de uma aula abordando o conteúdo de sistema linear do tipo 2 x 2, além de analisar o desempenho dos estudantes envolvidos na realização das atividades desenvolvidas no decorrer da aula. O objetivo da aula foi proporcionar aos estudantes a percepção de que os sistemas lineares tipo 2 x 2 podem ser representados e resolvidos tanto por meio de processos algébrico como por meio de construções geométricas, além de investigar como essa percepção pode contribuir para a melhoria do desempenho dos estudantes na resolução de problemas que podem ser representados utilizando os sistemas 2 x 2.

Objetivou-se ainda com esse trabalho, contribuir com a produção científica na área de educação matemática, fornecendo aportes para futuros estudos que tratem da resolução de sistemas por meio de representação geométrica. A fim de se alcançar esse propósito, elaborou-se uma sequência didática composta por tarefas de representação de equações lineares, resolução de problemas, manipulação de materiais concretos e utilização de tecnologia digital para a produção de desenhos geométricos.

É importante mencionar que a tecnologia digital utilizada na aula, foi o aplicativo GeoGebra, por conhecer-se suas funcionalidades e considerar-se ser adequado a aprimorar as

construções manualmente realizadas, permitindo a verificação do aprendizado e otimizando a construção dos conhecimentos.

Já a escolha do conteúdo abordado se justifica em virtude deste, além de integrar a estrutura curricular da série na qual desenvolveu-se a pesquisa, ser um conhecimento bastante aplicado na resolução de problemas do cotidiano.

No tocante a forma de abordagem do conteúdo, esta teve sua motivação em observações em sala de aula que sinalizaram um maior envolvimento dos estudantes nas atividades, quando essas envolvem a manipulação de objetos e a utilização de recursos tecnológicos. Além disso, buscou-se proporcionar aos estudantes, aulas mais dinâmicas com foco em uma aprendizagem mais aproximada do objeto de estudo por meio de diferentes representações, o que remete a aplicação prática da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, de Raymond Duval.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, apresentam-se os aportes teóricos nos quais este artigo está fundamentado. Nela se encontram alguns estudos acerca da aprendizagem Matemática, do uso de tecnologias digitais na educação, da utilização do software GeoGebra e de concepções atreladas a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

2.1 A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA, AS TECNOLOGIAS DIGITAIS E O GEOGEBRA.

A forma como a Matemática foi ensinada e aprendida passou por várias transformações ao longo dos séculos, migrando muitas vezes de uma abordagem prática para a realização de cálculos abstratos ou ainda da valorização da representação geométrica para a representação algébrica.

Além das perspectivas de como a Matemática tem sido ensinada e aprendida, pode-se ainda perceber, ao estudar a história dessa ciência, que muitos foram os utensílios utilizados para auxiliar na sua compreensão, a exemplo da utilização do próprio corpo, do emprego de elementos oferecidos pela natureza ou de instrumentos criados pelo homem (tecnologias).

Contudo, apesar dos diversos desdobramentos pelos quais passou o ensino dessa ciência, muito se comenta sobre as dificuldades enfrentadas pelos estudantes para aprender Matemática. Na Grécia antiga, acreditava-se que a compreensão dos cálculos matemáticos provinha de

mentes dotadas de conhecimentos reservados apenas a espíritos talentosos, o que conferia a essa ciência uma conotação mística e que imbuiu no pensamento de muitos, e por muito tempo, que o seu domínio era para poucos (MIORIM, 1995), o que se deixava entender que aprender Matemática era uma tarefa difícil para a maioria das pessoas.

Segundo estudos de Sanchez (2004) e Pacheco e Andreis (2018), crenças como essas figuram entre as causas de dificuldades no aprendizado da Matemática, ao lado de outros fatores como: dificuldades relacionadas ao desenvolvimento cognitivo, dificuldades geradas pelo ensino inadequado, condições insuficientes oferecidas pela escola, pouca dedicação aos estudos e omissão da família à vida escolar do aluno.

Frente a tantos problemas que geram resultados insatisfatórios na aprendizagem Matemática, muitos professores têm buscado alternativas para a motivação dos estudantes e o comprometimento com o trabalho escolar com vistas a um aprendizado significativo e duradouro.

Nessa busca pelo envolvimento dos estudantes com sua própria formação, as tecnologias digitais (TDs) têm sido utilizadas como recursos motivacionais e pedagógicos, uma vez que estas, estão cada vez mais presentes no cotidiano dos estudantes.

Apesar das várias utilidades que se fazem das TDs o seu uso para fins pedagógicos ainda é limitado, conforme afirmaram Maltempi e Mendes (2016) quando expuseram que, mesmo que seja inegável a influência das tecnologias digitais na vida das pessoas, estranhamente a sala de aula pouco mudou nas últimas décadas por influência dessas tecnologias. Para esses autores, esse fato se deve, dentre outros aspectos, a fatores ligados a formação do professor; as precárias condições de trabalho vivenciadas na educação; a políticas públicas equivocadas, descontinuadas ou inexistentes; a ausência de investimento financeiro contínuo; a visão ultrapassada sobre a educação e, por fim, a resistência a mudança. No entanto, esses mesmos autores afirmam que, houve a percepção por parte de alguns matemáticos e educadores matemáticos de que as tecnologias informatizadas poderiam ter um efeito positivo no ensino da Matemática (MALTEMPI; MENDES, 2016).

Contudo, sabe-se que as tecnologias por si só não garantem a geração de resultados satisfatórios em termos de aprendizagem matemática; sendo necessário ao seu bom emprego a elaboração de um planejamento articulando as funcionalidades do instrumento tecnológico escolhido, com os conteúdos a serem abordados, as estratégias metodológicas a serem utilizadas

e os objetivos que se pretende alcançar. Essas tecnologias digitais, conforme Maltempi e Mendes:

> propiciaram uma diversificação de práticas pedagógicas, acompanhadas de pesquisas em Educação Matemática visando analisar o uso das TDs na educação, o desenvolvimento de teorias específicas e a adaptação de teorias existentes, de forma cada vez mais abrangente, incluindo o professor e sua formação, o aprendiz e toda a comunidade. (MALTEMPI; MENDES, 2016 p.3).

A exemplo do que afirmaram Maltempi e Mendes sobre as TDs, a plataforma GeoGebra tem surgido em diversas publicações no campo da Educação Matemática como instrumento de pesquisas, aliadas a teorias de aprendizagens, visando estudar as formas como os estudantes aprendem e com isso, fornecendo contribuições relevantes para o ensino da Matemática.

Sobre o GeoGebra, pode-se se afirmar que, conforme a página oficial na rede mundial de computadores, se caracteriza como "um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar" (GEOGEBRA, 2020). Uma das facilidades em se utilizar o GeoGebra em estudos, pesquisas e abordagens em sala de aula, é o fato de o software ser gratuito e poder ser utilizado em dispositivos móveis, o que facilita consideravelmente a sua utilização como recurso didático, dada a atual popularização dos smartfones entre a população jovem em idade escolar.

Ainda sobre esse software, de acordo com Meneghelli e Possamai (2019, p. 4):

> São muitas as vantagens de se utilizar o GeoGebra, das quais destaca-se o fato de permitir aos seus usuários a realização de manipulações em suas construções, preservando as características iniciais, visando uma melhor exploração e visualização das propriedades do objeto que se deseja estudar. (MENEGHELLI; POSSAMAI, 2019, p. 4).

Além disso, o GeoGebra permite múltiplas representações de um mesmo objeto matemático, proporcionando uma visão ampla do que está sendo estudado. Característica esta,

que se adequa a realização de estudos que tenham como foco, verificar contribuições das representações semióticas no ensino de conteúdos matemáticos, isso considerando as concepções encontradas no tópico a seguir.

2.2 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Desenvolvida pelo psicólogo e filósofo francês Raymond Duval, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, visa realizar análises sobre a influência de representações de objetos matemáticos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. (PANTOJA; CAMPOS; SALCEDOS, 2013).

Para o criador dessa teoria, os registros de representações semióticas são definidos como "produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações" (DUVAL, 1993, p. 39). Duval (2003), afirmou ainda que a evolução dos conhecimentos matemáticos promoveu o desenvolvimento e a diversificação dos registros de representação.

Para que se possa melhor entender as palavras de Duval, recorreu-se, para escrita deste texto, a um dos precursores de sua teoria, o americano Charles Peirce, que também estudou as representações semióticas e definiu signo como sendo "aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém" (PEIRCE, 2005, p. 46). Foi Pierce que também esclareceu que representar é "estar em lugar de, isto é, estar numa relação com um outro, que, para certos propósitos, seja considerado por uma mente como se fosse esse outro" (PEIRCE, 2005, p. 61).

Com isso, entende-se os registros de representações semióticas como formas de representação de um determinado objeto, no qual, no caso da teoria de Duval, se aplica a um objeto matemático. Na realidade, os objetos matemáticos podem ser representados em diferentes registros, como por exemplo, por meio da linguagem oral e/ou escrita, por símbolos algébricos e/ou geométricos, dentre outros. Embora, como disse Peirce (2005), uma forma de registro não representa um dado objeto em sua totalidade, sendo cada registro a representação de um ou de alguns dos aspectos observados no objeto. Daí, compreende-se que, quanto maior o número de registros utilizados no estudo de um objeto, mais nos aproximamos da compreensão total desse.

Tais afirmações corroboram com o pensamento expresso por Duval quando afirmou que "a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação" (DUVAL, 2003, p.14).

A essa troca de registro, Duval denominou conversão, para ele, as conversões são responsáveis pela construção do conhecimento e são conceituadas como transformações de representações conservando os mesmos objetos, como exemplo de conversão esse autor citou que reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica constitui-se uma conversão (DUVAL, 2003).

Outro conceito importante vinculado a Teoria dos Registros de Representação Semiótica consiste na definição de tratamento. Os tratamentos foram conceituados por Duval como "transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação" (DUVAL, 2003, p. 16).

A partir dos conceitos de conversão e tratamento, observados no estudo da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, desenvolveu-se uma aula inédita, na qual, utilizou-se duas representações diferentes de um mesmo objeto matemático (sistema linear do tipo 2 x 2) afim que promover a construção do conhecimento acerca do objeto estudado.

3 METODOLOGIA

O desenvolvimento da aula inédita abordando o tema sistemas lineares do tipo 2 x 2, com fundamentação na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval e utilizando instrumentos manuais e o GeoGebra, ocorreu no ano de 2019 em uma turma da segunda série do Ensino Médio do turno matutino da Escola Estadual Professora Josefa Sampaio, localizada no município de Natal/RN.

No período da realização da pesquisa, a turma com a qual interagiu-se contava com 16 estudantes frequentando. Considera-se ser importante mencionar que 3, dentre os 16 estudantes da turma, eram pessoas com deficiências comprovadas, a saber: dois com esquizofrenia e uma com discalculia.

Para a realização da aula, elaborou-se uma sequência didática composta de três etapas, as quais foram: preparação, desenvolvimento e avaliação do aprendizado. Durante todo o percurso da aula objetivou-se a troca de saberes entre os estudantes e assim, optou-se pela organização dos estudantes em duplas desde a etapa de preparação.

A etapa de preparação ocorreu no dia 02/12, com a participação de 13 estudantes, tendo um deles realizado a tarefa individualmente por opção pessoal. Com a duração de uma hora/aula, essa etapa caracterizou-se pelo trabalho de realização de download do aplicativo GeoGebra para smartfones e pela aplicação de uma tarefa para o conhecimento do software e de suas funções necessárias a realização das construções geométricas dos sistemas 2 x 2. Essas atividades foram desenvolvidas a partir de orientações expostas com o auxílio de slides. As orientações para conhecimento do software foram expostas na forma de um checklist contendo dez procedimentos os quais foram: exibir e ocultar os eixos, exibir e ocultar a malha, mover

janela de visualização, marcar um ponto no plano e determinar suas coordenadas, alterar a cor do ponto criado, criar uma reta marcando dois pontos no plano, identificar a representação algébrica da reta criada, criar uma reta por meio de uma equação (representação algébrica), identificar se há ponto de intersecção entre as retas formadas e identificar as coordenadas do ponto de intersecção (caso existam).

A etapa de desenvolvimento ocorreu nos dias 03 e 04 de dezembro. No dia 03/12 contou com a participação de 15 estudantes, 14 organizados em duplas e 1 trabalhando individualmente, também por opção pessoal. Nessa etapa, houve a realização de uma pesquisa utilizando livros didáticos e internet, a fim de que os estudantes compreendessem/revisassem o conceito de equação linear e em seguida apresentassem exemplos. A finalidade dessa atividade consistia em promover a revisão/apropriação desses conhecimentos e reforçava o reconhecimento da representação algébrica das equações lineares.

Ainda no dia 03/12, fazendo uso de um projetor e de slides, realizou-se uma rápida exposição visando orientar os estudantes a executarem o tratamento (transformações de representações dentro de um mesmo registro) das equações lineares com duas incógnitas para que se pudessem representá-las no plano cartesiano, ou seja, para realizar a troca de registro (conversão). Na sequência propôs-se a realização de uma tarefa onde os estudantes deveriam representar geometricamente no plano cartesiano, utilizando folhas milimetradas, quatro equações, dentre 15 equações lineares com duas incógnitas que se encontravam expostas nos slides. O propósito da realização dessa atividade consistiu em, primeiramente escrever as equações lineares como equações de retas em seguida fazer a representação geometricamente.

No dia 04/12, com 14 estudantes organizados em dupla, distribuiu-se uma tarefa impressa, previamente elaborada, na qual se encontravam cinco questões. Essas questões, propunham a resolução de situações problemas que simulavam situações do cotidiano dos estudantes e cujas soluções poderiam ser obtidas por meio da utilização dos conhecimentos de representação e resolução de sistemas de equações lineares, do tipo 2 x 2.

As questões 1 e 2 da atividade não solicitavam ou indicavam a utilização de um método específico a ser aplicado a fim de se obter os resultados dos problemas, conforme se vê no Quadro 1 a seguir:

Quadro 1 – Questões 1 e 2 da atividade 2 da fase de desenvolvimento

Determine a solução dos problemas 1 e 2 dados a seguir: 1) Cláudio usou notas de R$ 2,00 e de R$ 5,00 para fazer um pagamento de R$ 40,00. Quantas notas de cada tipo ele usou sabendo que no total ele usou 11 notas?

2) Em uma prova com 14 questões de múltipla escolha, cada resposta correta vale 5 pontos e cada resposta errada acarreta uma perda de 3 pontos. Se Amanda obteve pontuação final igual a 22 pontos, quantas questões ela acertou e quantas ela errou?

Fonte: Elaborado pelos autores (2020)

Intencionalmente, nas questões 1 e 2, buscou-se verificar qual(is) a(s) forma(s) de resolução seria mais utilizada(s) pela turma.

Já as questões 3 e 4 solicitavam aos estudantes, que esses deveriam representar os problemas enunciados, por meio de um sistema de equações lineares do tipo 2x2 e em seguida, que as duas equações de um mesmo sistema deveriam ser representadas geometricamente em uma mesma folha milimetrada e que fosse(m) identificado(s) o(s) ponto(s) de intersecção das retas construídas e, por fim, que a solução do sistema fosse determinada. Além disso, ao final das questões 3 e 4 havia um espaço para que os estudantes pudessem registrar suas observações, como mostra o Quadro 2.

Quadro 2 – Questões 3 e 4 da atividade 2 da fase de desenvolvimento

Em cada uma das questões 3 e 4 realize os procedimentos a seguir:
1. Represente o problema na forma de sistema linear.
2. Determine a solução do sistema
3. Represente geometricamente as duas equações do sistema em uma mesma folha milimetrada.
4. Identifique o ponto de intersecção das retas formadas.
5. Registre no espaço indicado alguma observação feita pela dupla a partir da realização desse procedimento nas duas questões.

3) Em um estacionamento há 10 veículos, entre carros e motos. Sabe-se que o número total de pneus são 28. Descubra o número de carros e motos estacionadas no local.

4) Para uma festa na sala de aula da professora Silvia foram compradas 5 unidades de refrigerantes, algumas de 2 litros e outras de 3 litros, num total de 12 litros da bebida. Determine quantas unidades de cada capacidade foram compradas.

Observações: _____
_____
_____

Fonte: Elaborado pelos autores (2020)

A indicação do procedimento a ser adotado nas questões 3 e 4 da atividade, demostra que intencionalmente desejou-se, além de pôr em prática o estudo abordado no dia anterior, verificar se os estudantes iriam perceber alguma relação entre a representação geométrica construída e solução algébrica a ser calculada para cada sistema.

No tocante a questão de número 5, essa solicitava aos estudantes que eles obtivessem a solução do problema proposto, utilizando a forma que eles considerassem melhor de ser desenvolvida pela dupla. Essa questão encontra-se no Quadro 3, abaixo.

Quadro 3 – Questão 5 da atividade 2 da fase de desenvolvimento

Determine a solução do problema 5, utilizando a forma que a dupla considera a melhor de ser trabalhada. 5) Dois amigos foram a uma mesma lanchonete duas vezes durante o mês de férias, na primeira vez eles pagaram o valor de R$ 18,00 e na segunda vez pagaram um total de R$ 28,00. Na primeira vez, eles comeram 2 sanduiches e tomaram 3 refrigerantes e na segunda vez, eles comeram 3 sanduiches e tomaram 5 refrigerantes. Sabendo que durante o período de férias os preços do sanduiche e do refrigerante permaneceram inalterados calcule o valor de cada um.

Fonte: Elaborado pelos autores (2020)

A intencionalidade dessa questão foi a de descobrir que forma de resolução seria mais utilizada entre os estudantes da turma.

Finalizada a etapa de desenvolvimento, realizou-se a avaliação do aprendizado no dia 05/12, contando com a participação dos 16 estudantes que compunham a turma. A proposta para essa etapa foi a de que os alunos realizassem a mesma atividade desenvolvida no dia anterior, só que desta vez utilizando o GeoGebra, a fim de se fazer a comparação dos resultados.

Na sequência as duplas registraram em uma folha de papel o que aprenderam, como aprenderam e as dificuldades enfrentadas nas etapas da aula.

Vale ressaltar que os dois estudantes que não se encontravam presentes na aula anterior, mas que participaram dessa etapa, foram agregados cada um a uma dupla, formando-se assim, cinco duplas e dois trios, a fim de que se promovesse algum conhecimento a eles.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para análise do desempenho obtido pelos estudantes durante a realização das três etapas da aula inédita exposta nesse artigo, os 16 estudantes com os quais interagiu-se estão identificados pela seguinte designação: E1 para estudante 1, E2 para estudante 2 e assim sucessivamente até E16. A ordem utilizada para a essa designação foi baseada na sequência dos nomes desses estudantes apresentada pelo Sistema Integrado de Gestão da Educação

(Sigeduc), meio eletrônico utilizado pelas escolas estaduais do Rio Grande do Norte, onde se registram, além de outras atividades, as frequências e notas dos alunos.

Por perceber-se que a frequência dos estudantes no período da pesquisa, e a forma de organização dos componentes da turma, dentre outros fatores, influenciaram nos resultados, elaborou-se o Quadro 4, que mostra a disposição dos alunos em cada data de realização da aula inédita. Os espaços tracejados no quadro devem ser compreendidos como a ausência do estudante na data especificada no alto da coluna.

Quadro 4 – Organização e frequência dos estudantes

IDENTIFICAÇÃO	FORMA DE ORGANIZAÇÃO POR DATA			
	02/12	**03/12**	**04/12**	**05/12**
E1*	Individual	-	-	Trio E1, E8 e E12
E2	Dupla com E3	Dupla com E3	Dupla com E3	Dupla com E3
E3	Dupla com E2	Dupla com E2	Dupla com E2	Dupla com E2
E4	Dupla com E9	Dupla com E9	Dupla com E9	Dupla com E9
E5	Dupla com E6	Dupla com E6	Dupla com E6	Dupla com E6
E6	Dupla com E5	Dupla com E5	Dupla com E5	Dupla com E5
E7	Dupla com E11	Dupla com E11	Dupla com E11	Dupla com E11
E8	Dupla com E12	Dupla com E12	Dupla com E12	Trio E1, E8 e E12
E9	Dupla com E4	Dupla com E4	Dupla com E4	Dupla com E4
E10*	-	Dupla com E13	-	Trio E10, E13 e E15
E11	Dupla com E7	Dupla com E7	Dupla com E7	Dupla com E7
E12	Dupla com E8	Dupla com E8	Dupla com E8	Trio E1, E8 e E12
E13	-	Dupla com E10	Dupla com E15	Trio E10, E13 e E15
E14	Dupla com E16	Dupla com E16	Dupla com E16	Dupla com E16
E15*	-	Individual	Dupla com E13	Trio E10, E13 e E15
E16	Dupla com E14	Dupla com E14	Dupla com E14	Dupla com E14
FREQUENCIA	**13**	**15**	**14**	**16**
*Pessoa com deficiência.				

Fonte: Elaborado pelos autores (2020)

Como se pôde observar, em virtude da ausência de alguns alunos em determinadas datas, houve, no percurso das etapas da aula, a necessidade da realização de tarefas de forma

individual, por reorganização de duplas e pela formação de trios, isso objetivando sempre a participação de todos os presentes.

No tocante as tarefas desenvolvidas pelos estudantes nos dias especificados no quadro anterior, o Quadro 5 apresenta o resumo do planejamento relacionando datas, tarefas e os objetivos propostos.

Quadro 5 – Resumo do planejamento da aula inédita

DATA	TAREFA DESENVOLVIDA	OBJETIVOS PROPOSTO
02/12	Realizar 10 procedimentos utilizando o software GeoGebra.	Promover o conhecimento do aplicativo e de suas funcionalidades.
03/12	Representar geometricamente 4 equações lineares no plano cartesiano utilizando folhas milimetradas.	Realizar a troca de registro do objeto matemático equação linear com duas incógnitas.
04/12	Representar e resolver de 5 problemas matemáticos envolvendo o conteúdo de sistemas lineares do tipo 2 x 2 por meio de diferentes e registros.	Estimular a percepção dos estudantes para a determinação da solução de sistemas lineares do tipo 2 x 2 por meio de sua representação geométrica.
05/12	Utilizar o aplicativo GeoGebra, para representar e geometricamente situações problemas de sistemas lineares do tipo 2 x 2 anteriormente resolvidos.	Oportunizar aos estudantes a correção de suas atividades e a auto avaliação do seu desempenho.

Fonte: Elaborado pelos autores (2020)

Por meio da leitura do Quadro 5 percebe-se que, por se organizarem na forma de uma sequência didática, o êxito na realização de uma tarefa influenciaria positivamente na realização das tarefas seguintes, assim como o mal desempenho ou a ausência do estudante na data da realização de uma tarefa poderia refletir negativamente nos resultados do desempenho de atividades realizadas em datas posteriores.

Nesse sentido, optou-se por considerar nas análises realizadas, apenas os dados originados a partir da observação da atuação de 12 estudantes da turma, visto que estes participaram de todas as etapas do processo de aprendizagem.

Os resultados obtidos por esses 12 estudantes foram analisados em função do desempenho das duplas em cada etapa, visto que ao realizarem o trabalho com o auxílio de um colega os estudantes compartilham conhecimentos, influenciam e são influenciados na forma de desenvolvimento das atividades e isso apresenta reflexos no resultado final do desempenho da dupla.

A apresentação dos resultados obtidos por cada dupla será retratada por dados quantitativos vinculados ao percentual de cumprimento das tarefas indicadas em cada etapa, seguidos, de considerações acerca do alcance dos objetivos planejados.

Os resultados referentes à etapa 1 estão dispostos de forma percentual na Tabela 1 e foram originados a partir do tratamento das informações constantes nos checklist distribuídos aos estudantes durante a realização da tarefa de execução dos dez procedimentos adotados para promover o conhecimento do aplicativo GeoGebra. Todos os registros nos checklist foram assentados sob supervisão e encontravam-se em forma de marcações que geraram os resultados apresentados.

Tabela 1 – Resultados percentuais obtidos na etapa 1

DUPLAS	RESULTADO OBTIDO NA ETAPA 1
E2 e E3	100%
E4 e E9	80%
E5 e E6	100%
E7 e E11	100%
E8 e E12	100%
E14 e E16	60%

Fonte: Dados dos autores (2020)

Para etapa 1 o quantitativo do cumprimento das tarefas dimensiona o quanto do objetivo proposto foi alcançado pelas duplas, uma vez que ao desempenhar acertadamente a atividade de manipular o aplicativo GeoGebra, por meio das construções propostas promoveu-se o conhecimento das funcionalidades do software.

No tocante a etapa 2, onde se propôs inicialmente a realização da tarefa de representação geométrica de 4 equações lineares com duas incógnitas em folhas milimetradas, os percentuais obtidos pelas duplas estão representados na Tabela 2.

Tabela 2 – Resultados percentuais obtidos na tarefa 1 da etapa 2

DUPLAS	RESULTADO
E2 e E3	100%
E4 e E9	50%
E5 e E6	75%
E7 e E11	75%
E8 e E12	100%
E14 e E16	50%

Fonte: Dados dos autores (2020)

Os resultados apontados na Tabela 2 demonstram, que, a maioria das duplas compreendeu do procedimento para representação geométrica de equações lineares com duas incógnitas. Ressalta-se que, no trabalho da dupla composta por E4 e E9 percebeu-se erros na numeração dos eixos de coordenadas o que ocasionou uma representação errônea das retas.

Quanto as duplas formadas por E5 e E6, por E7 e E11 e por E14 e E16, essas não realizaram a atividade integralmente, tendo as duplas E5 e E6, e E7 e E11 deixado de representar uma das quatro equações e a dupla E14 e E16, representado apenas uma.

Mesmo que a atividade não tenha sido realizada por todas as duplas na sua integralidade, compreendeu-se que houve o alcance dos objetivos, pois pela análise das partes da atividade que foram concluídas, percebeu-se que os estudantes entenderam e realizaram a troca de registro nas equações.

A respeito dos resultados obtidos pelos estudantes na tarefa 2 da etapa de desenvolvimento, sentiu-se a necessidade de melhor detalhar que parte(s) da atividade de resolução de problemas foi(ram) desempenhada(s) com êxito por cada dupla, a fim de que se pudesse determinar o percentual de acertos, tecer comentários sobre alcance dos objetivos e analisar o comportamento dos estudantes ao tentar resolver as questões, conforme o que se intencionou descobrir ao elaborar o planejamento. Nesse sentido, os resultados da atividade desenvolvida no segundo dia da etapa 2 encontram-se apresentados na Tabela 3, onde, na linha referente a cada dupla a marcação em x indica que a dupla encontrou a solução correta do problema e a marcação em forma de traço, indica que, ou o problema não foi resolvido ou a solução apresentada não foi a correta.

Tabela 3 – Resultados obtidos na tarefa 2 da etapa 2

	PROBLEMAS RESOLVIDOS NA ETAPA 2					
DUPLAS	1	2	3	4	5	PERCENTUAL ATINGIDO
E2 e E3	x	x	x	x	x	100%
E4 e E9	x	x	-	-	-	40%
E5 e E6	x	x	x	x	-	80%
E7 e E11	x	x	x	x	x	100%
E8 e E12	x	x	x	x	x	100%
E14 e E16	x	x	x	-	-	60%

Fonte: Dados dos autores (2020)

REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA
INTERNACIONAL DO RIO GRANDE DO NORTE

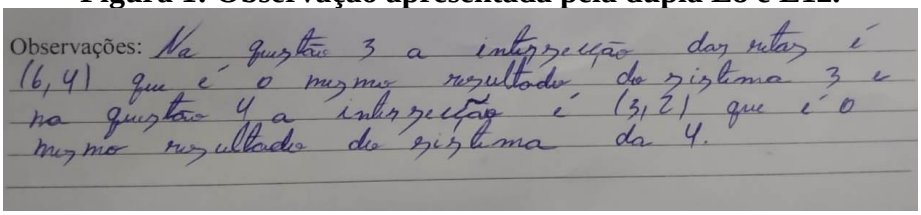
Conforme se observa na Tabela 3 a dupla formada por E4 e E9 não conseguiu atingir o percentual de 60% de êxito, percentual mínimo esperado, na realização da tarefa 2. A dupla utilizou o método de tentativa e erro para tentar resolver os dois primeiros problemas da atividade, não tendo representado os problemas nem por meio do registro algébrico e nem pela forma geométrica, o que demandou muito tempo na determinação da solução, o que, segundo eles, tornou o restante do tempo insuficiente para a realização dos outros itens da atividade.

Outra dupla que não apresentou representação algébrica ou geométrica dos dois primeiros problemas foi a dupla composta por E8 e E12. Apesar disso, esses estudantes determinaram a solução dos problemas 1 e 2 e, questionados sobre a forma utilizada para determinar a solução, os estudantes descreveram a solução efetuando apenas cálculos rápidos sem um padrão definido de registro do sistema.

Quanto a resolução dos problemas 1 e 2 por parte das demais duplas, todas representaram os sistemas na forma algébrica e procederam corretamente utilizando o tratamento do registro algébrico para determinação das suas soluções. Com isso, concluiu-se que o trato algébrico se constitui como o mais utilizados pelos estudantes na resolução de problemas dessa natureza, e aponta para a utilização mais difundida dessa prática entre aqueles estudantes.

No que tange ao trato dos problemas 3 e 4, como se pode observar na Tabela 3, quatro das seis duplas realizaram satisfatoriamente o que se propôs. Contudo, apenas a dupla formada por E8 e E12 registrou no espaço destinado as observações, a percepção de uma relação existente entre o ponto de intersecção das retas que representavam equações lineares de um mesmo sistema e a solução algébrica para esse sistema, conforme se vê na Figura 1.

Figura 1: Observação apresentada pela dupla E8 e E12.


Observações: Na questão 3 a intersecção das retas é (6, 4) que é o mesmo resultado do sistema 3 e na questão 4 a intersecção é (3, 2) que é o mesmo resultado do sistema da 4.

Fonte: Dados dos autores (2019)

Quanto a questão 5, quatro duplas realizaram procedimentos de resolução, foram elas: E2 e E3, E5 e E6, E7 e E11, e E8 e E12. Contudo, a dupla formada por E5 e E6, não determinou

a solução adequada para o problema. Destaca-se que, nos quatro procedimentos observados, o cálculo algébrico foi o único a aparecer, no que se conclui que, não houve percepção por parte da maioria dos estudantes de que a representação geométrica das duas equações de um mesmo sistema em um mesmo plano consistia na resolução do sistema.

Outra observação acerca da resolução dada a questão 5, refere-se a forma de desenvolvimento realizado pela dupla E8 e E12, visto que, apesar da dupla ter demonstrado perceber a relação existente entre o ponto de intersecção das retas e a solução do sistema, essa deu preferência a resolução por meio do tratamento algébrico.

Tais observações acerca das questões da segunda atividade da etapa 2, levam a conclusão de que o objetivo proposto para essa atividade não foi alcançado, já que não existem indícios de que a maioria dos estudantes percebeu que o ponto de intersecção entre duas retas, que representavam equações de um mesmo sistema, coincidem com o a solução do sistema obtida pelo tratamento algébrico.

Concluídas as observações acerca do desenvolvimento da etapa 2, passa-se a análise do trabalho desenvolvido na etapa 3 da aula inédita que, apesar de ter sido denominada por etapa de avaliação do aprendizado, ela também se constituiu como uma etapa de construção do conhecimento, uma vez que por ocasião da sua realização a maioria dos estudantes conseguiu identificar o ponto de intersecção de duas retas, que representam equações do mesmo sistema, como sendo a solução do sistema.

Para melhor compreensão de como esse fato foi percebido durante a realização da etapa 3, discorre-se a seguir sobre o desempenho apresentado por cada dupla durante a realização da atividade utilizando o aplicativo GeoGebra.

Inicialmente deve-se esclarecer que, para a realização das construções, utilizando o GeoGebra, das representações geométrica das equações lineares originadas a partir dos problemas trabalhados na etapa 2, a maioria dos estudantes utilizou as equações já construídas por eles, exceto: 1) na representação do problema 1, por parte das duplas compostas por E4 e E9 e por E8 e E12, que resolveram o problema sem a utilização da representação e do tratamento algébrico de sistema linear e, 2) nos casos em que duplas não haviam resolvido todos os problemas da etapa 2.

No início da etapa 3, ao representar geometricamente o sistema originado a partir do problema 1, a dupla E2 e E3 questionou a professora se o ponto de intersecção entre retas iria sempre coincidir com a solução do sistema, a dupla acrescentou ainda que se isso ocorresse

sempre, seria possível resolver qualquer sistema “desenhando” as retas no plano cartesiano. Essa dupla realizou toda tarefa e comparou ainda os resultados obtidos no aplicativo com aqueles construídos na folha de papel.

A dupla E4 e E9 só conseguiu representar os problemas 1, 2 e 3 na forma algébrica de um sistema de equações lineares, com o auxílio da professora. Após esse auxilio, a dupla conseguiu representar geometricamente as equações no aplicativo e identificar a intersecção de duas equações de um mesmo sistema, porém não estabeleceram nenhuma relação entre esse ponto de interseção e a resolução do sistema. A dupla conseguiu, com alguma dificuldade, representar o problema 4 na forma algébrica de sistema linear sem a ajuda da professora e também representá-lo geometricamente, porém não trabalhou no problema 5. Com isso, acredita-se que a dupla não apresentava os conhecimentos prévios necessários a realização da tarefa.

Quanto a dupla E5 e E6, ela realizou toda a atividade da etapa 3, mas seus integrantes só fizeram menção de haver percebido que a solução dos sistemas, obtidas pela realização dos cálculos algébricos coincidia com os valores de x e y do ponto de intersecção das retas, após a representação da questão 3 realizada no aplicativo e a comparação com a resolução nas folhas de papel. A dupla também teve a oportunidade e perceber o erro cometido na resolução da questão 5 da atividade 2 na etapa 2.

As observações registradas acerca do desempenho da dupla E7 e E11, indicam que ao representar geometricamente, no aplicativo, o sistema referente ao problema 1, a dupla também questionou a professora se o ponto de intersecção entre retas sempre coincidia com a solução do sistema. Esta dupla completou toda a etapa 3.

Sobre a atuação da dupla E8 e E12 na realização das atividades da etapa 3, percebeu-se agilidade na execução das tarefas e a compreensão, durante toda etapa, de que o ponto de intersecção de duas retas que representavam as equações de um mesmo sistema indicava a solução do sistema, conforme registrado pela própria dupla durante a realização da etapa 2.

Acerca do desempenho apresentado pelo par formado por E14 e E16 durante a atividade com a utilização do aplicativo, observou-se que esses estudantes compreenderam que os sistemas lineares podem ser resolvidos por meio de representações geométricas. Esses estudantes completaram a etapa extrapolando um pouco do tempo previsto para sua realização.

Conforme se pôde observar, a realização da atividade com o GeoGebra proporcionou aos estudantes, além de uma avaliação de seu desempenho na etapa anterior, o aprendizado de outra forma de resolução de sistemas lineares do tipo 2 x 2. Essa afirmação pode ser comprovada por meio da observação do Quadro 6 onde são encontrados os depoimentos acerca do aprendizado e que foram registrados em folhas de papel pelos próprios estudantes ao final da etapa 3 da aula.

Quadro 6 – Avaliação feita pelas duplas

DUPLA	O QUE APRENDEU	COMO APRENDERAM	DIFICULDADES
E2 e E3	Aprendemos que as equações podem ser transformadas em retas e os sistemas podem ser resolvidos olhando o encontro das retas	No GeoGebra	Desenhar bem direitinho na folha milimetrada.
E4 e E9	Fazer retas com as equações	No aplicativo GeoGebra	Fazer o sistema
	A desenhar as equações no formato de retas na folha milimetrada e no aplicativo e aprendemos também a resolver os sistemas com o desenho das retas	Com a aula da professora	A dificuldade maior é se a gente for desenhar as retas se for no aplicativo do celular é melhor.
E7 e E11	Aprendemos que a equação é também uma reta e podemos resolver um sistema, transformando as equações em retas. Depois é só ver onde elas se encontram.	Aprendemos pela aula com o aplicativo, pois nessa aula todo resultado do aplicativo era o mesmo do sistema.	Perceber que os resultados do desenho das retas nas folhas e dos sistemas eram os mesmos.
E8 e E12	*Usar o GeoGebra *Representar equações no plano *Resolver sistemas com retas no plano *Corrigir os sistemas pelo celular	A gente ficou desconfiado quando vimos que o resultado do sistema era o mesmo do ponto de interseção das retas, aí fizemos outros para ver se dava certo, e deu.	Não tivemos dificuldades, só ficamos em dúvida se ia dar certo todas as vezes e se também iria dá certo com sistemas maiores.
E14 e E16	Resolver sistema com retas	No celular	Fazer as retas no papel

Fonte: Dados dos autores (2019)

Conforme dito anteriormente, as informações contidas no Quadro 6 corroboram para o entendimento de que os estudantes, em sua maioria, só entenderam a resolução de sistema

lineares 2 x 2 por meio da representação geométrica, por ocasião da utilização do aplicativo GeoGebra.

5 CONCLUSÃO

A realização da aula inédita proporcionou aos estudantes envolvidos a oportunidade de conhecer e utilizar novos registros para representar e resolver sistemas lineares do tipo 2 x 2. Durante o processo de construção desse conhecimento, a realização de cada etapa representou um avanço gradativo dos saberes acerca do objeto estudado e o alcance dos objetivos propostos sinalizou empenho da parte dos envolvidos e boa aceitação da metodologia utilizada.

Contudo, deve-se atentar para o fato de não ter ocorrido na etapa 2, durante a realização da atividade 2, a percepção por parte dos estudantes de que a solução dos problemas representados por meio dos sistemas 2 x 2 e obtida pelo tratamento algébrico, coincidia com o ponto de intersecção das retas construídas em um mesmo plano e que representavam as equações de um mesmo sistema.

Isso leva a uma reflexão sobre que fatores podem ter influenciado negativamente na construção desse conhecimento no primeiro momento de realização da atividade 2, ou ainda, se foi o uso do software que proporcionou condições de aprendizado mais adequadas a abordagem do tema e a realização da tarefa.

Esses questionamentos indicam que, ao se realizar o trabalho de elaboração de uma aula com suas etapas e tarefas, não se deve considerar que o planejamento está concluído. O replanejamento é necessário, as etapas podem ser aprimoradas e as tarefas modicadas ou adaptadas a fim de que se tornem mais adequadas as especificidades das turmas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http:// http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 22 de março de 2020.

DUVAL, R. **Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. Annales de Didactique et Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM – ULP, vol. 5, p. 37-65. 1993. Disponível em: <publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/IST93001.htm> Acesso em: 04 nov. 2019.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33.

GEOGEBRA, **Geogebra.org**. 2020. Sobre. Disponível em: < https://www.geogebra.org/about> Acesso em: 23 jul. 2020.

MALTEMP, M. V.; MENDES, R. O. Tecnologias digitais na sala de aula: por que não? In: CONGRESSO INTERNACIONAL TIC E EDUCAÇÃO, 4., 2016, Lisboa. **Atas do** [...]. Lisboa: Instituto da Educação da Universidade de Lisboa, 2016. p. 86-96. Disponível em: <http://ticeduca2016.ie.ulisboa.pt/?page_id=1369> Acesso em: 07 agost. 2020.

MENEGHELLI, J.; POSSAMAI, J.P. Resolução de Problemas e o software GeoGebra: um caminho para a compreensão das funções seno e cosseno. **Revista Educação Matemática Pesquisa**. V. 21. São Paulo, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/39697/pdf> Acesso em: 20 abril 2020.

MIORIM, M. A. **O Ensino da Matemática**: evolução e modernização. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1995.

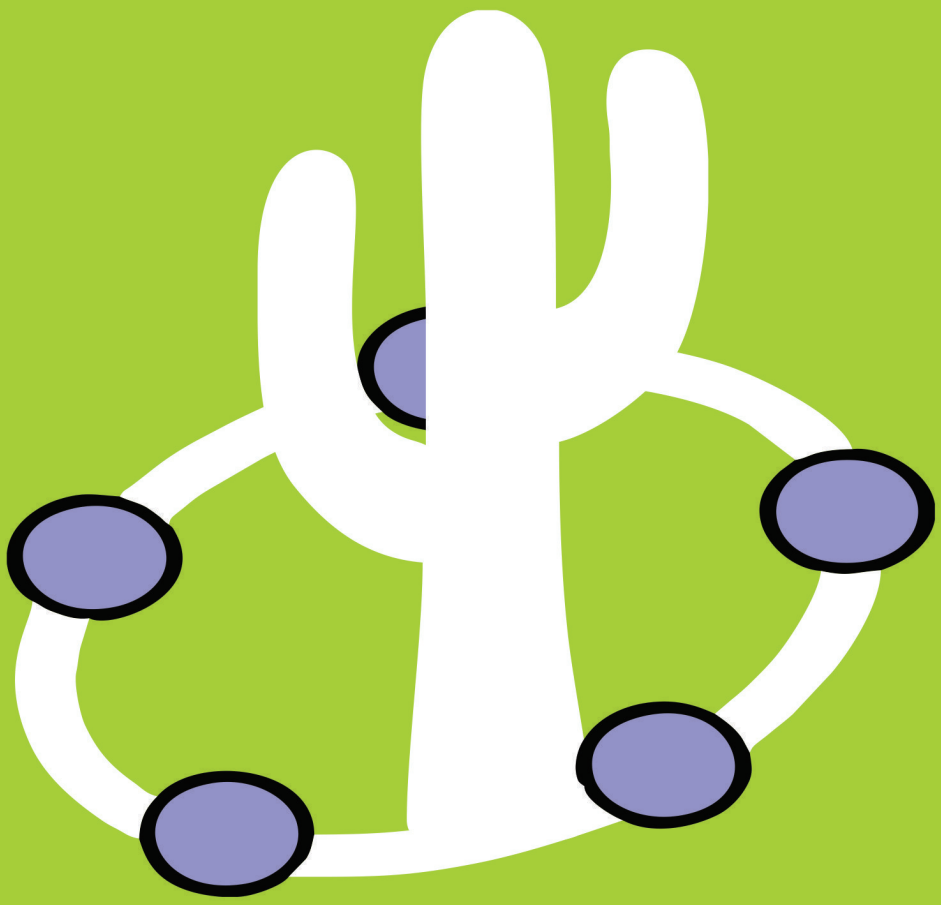
PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. S. L. **Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática:** percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Revista Principia. João Pessoa, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1612> Acesso em: 09 agosto 2020.

PANTOJA, L. F. L.; CAMPOS, N. F. S. C.; SALCEDOS, R. R. C. A teoria dos registros de representações semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas lineares. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MÁTEMÁTICA. 6. 2013. Canoas. **Anais do [...]** Rio Grande do Sul: ULBRA, 2013. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1423/528> Aceso em: 20 agosto 2019.

PEIRCE, Charles S. **Semiótica.** Trad. de José Teixeira Coelho Neto. São Paulo: Perspectiva, 2005 (Coleção estudos). Disponível em: <www.passeidireto.com/arquivo/60607859/semiotica-charles-sanders-peirce> Acesso em: 04 fev. 2020.

SÁNCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de aprendizagem e intervenção psicopedagógica**. Porto Alegre, 2004.

Revista Instituto GeoGebra Internacional do Rio Grande do Norte



@geogebra_instituto_rn
geogebra.institute.rn@gmail.com
periodicos.ufersa.edu.br/index.php/bcg/index